

10 класс

1. (30 баллов) Под каким углом к горизонту было брошено тело, если на половине максимальной высоты подъема его скорость оказалась направленной под углом 45° к горизонту?

Ответ: Угол броска равен $\alpha = \arctg\sqrt{2} \approx 55^\circ$.

Решение: Обозначим через V_0 начальную скорость тела и через α искомый угол, под которым тело было брошено. Горизонтальная компонента скорости тела равна $V_0 \cos \alpha$ и не меняется в ходе движения. В момент, когда скорость тела оказалась направленной под углом 45° к горизонту, вертикальная компонента скорости стала равна горизонтальной, т.е. $V_0 \cos \alpha$. Запишем закон сохранения механической энергии при подъеме тела на максимальную высоту H :

$$\frac{mV_0^2 \sin^2 \alpha}{2} = mgH$$

и половинную высоту $H/2$:

$$\frac{mV_0^2 \sin^2 \alpha}{2} = \frac{mV_0^2 \cos^2 \alpha}{2} + mg \frac{H}{2}.$$

Исключая из этих уравнений H , получаем $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{2}$.

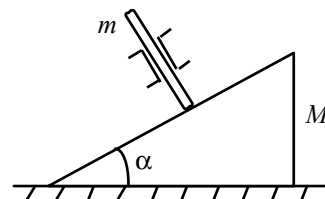
Разбалловка: Понято, что на половинной высоте вертикальная скорость равна начальной горизонтальной – 5 баллов.

Написана связь начальной вертикальной скорости с высотой подъема – 10 баллов.

Написана связь вертикальных скоростей – начальной и на высоте $H/2$ – 10 баллов.

Получен правильный ответ – 5 баллов.

2. (30 баллов) На гладком горизонтальном столе находится клин массы M с углом α при основании. На гладкую наклонную грань клина давит стержень массы m , который из-за направляющих может двигаться только перпендикулярно наклонной грани клина (см. рисунок). Трение между стержнем и направляющими отсутствует. Найти ускорение клина. Ускорение свободного падения равно g .



Ответ: Ускорение клина равно $\frac{mg \sin \alpha \cos \alpha}{m \sin^2 \alpha + M}$.

Решение: Запишем второй закон Ньютона для стержня в проекции на ось, перпендикулярную наклонной грани клина

$$ma_1 = mg \cos \alpha - N$$

(a_1 – ускорение стержня, N – сила реакции клина), и для клина в проекции на горизонталь

$$Ma_2 = N \sin \alpha,$$

(a_2 – ускорение клина). Учитывая, что $a_1 = a_2 \sin \alpha$ (кинематическая связь), находим ускорение клина.

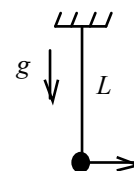
Разбалловка: Записан второй закон Ньютона для стержня – 10 баллов.

Записан второй закон Ньютона для клина – 5 баллов.

Записана кинематическая связь – 10 баллов.

Решена система уравнений – 5 баллов.

3. (40 баллов) Какую скорость нужно сообщить шарик, подвешенному на нити длины L (см. рисунок), чтобы величина его ускорения оказалась равной ускорению свободного падения g в момент, когда отклонение нити от вертикали составит угол 45° ?



Ответ: Шарик нужно сообщить скорость $\sqrt{gL \left(2 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right)}$.

Решение: При отклонении нити на угол 45° проекция силы тяжести на перпендикулярное к нити направление сообщает шарик ускорение $g/\sqrt{2}$. Поскольку полное ускорение шарика по условию равно g , то нормальное ускорение шарика также равно $g/\sqrt{2}$, т.е.

$$\frac{V^2}{L} = \frac{g}{\sqrt{2}},$$

где V – скорость шарика. Записывая закон сохранения механической энергии в виде

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV^2}{2} + mgL \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

и исключая V с помощью предыдущего соотношения, находим начальную скорость шарика

$$V_0 = \sqrt{gL \left(2 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right)}.$$

Разбалловка: Найдена величина нормального ускорения – 15 баллов.

Записан закон сохранения энергии – 15 баллов.

Получен правильный ответ – 10 баллов.