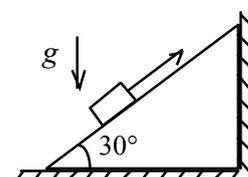


**ОЛИМПИАДА “БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ – БУДУЩЕЕ НАУКИ” 2016-2017**  
**Физика, I тур, вариант 1**  
**РЕШЕНИЯ**

**11 класс**

1. (30 баллов) Клин массы  $m$  с углом  $30^\circ$  при основании стоит на гладком столе, касаясь вертикальной стены (см. рис.). По наклонной грани клина втаскивают с ускорением  $g/2$  ( $g$  – ускорение свободного падения) груз той же массы, действуя на него силой, равной по величине  $mg$  и направленной вдоль наклонной грани клина. Найти силы, с которыми клин давит на стенку (15 баллов) и на пол (15 баллов).

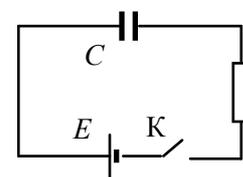


**Ответ:** Клин давит на стенку с силой  $\frac{\sqrt{3}}{4}mg$ , а на пол – с силой  $\frac{7}{4}mg$ .

**Решение:** Из второго закона Ньютона для груза в проекции на наклонную грань клина следует, что сила трения между грузом и клином равна нулю. Из второго закона Ньютона для груза в проекции на нормальное к наклонной грани направление следует, что груз давит на клин с силой  $\frac{\sqrt{3}}{2}mg$ . Горизонтальная компонента этой силы дает силу давления на стенку. Вертикальная компонента этой силы вместе с силой тяжести, действующей на клин, определяет силу давления на пол.

Возможно решение другим способом – путем рассмотрения изменения импульса системы тел, состоящей из клина и груза.

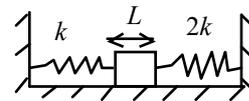
2. (40 баллов) В схеме, приведенной на рисунке, батарею с ЭДС  $E$  подключают через резистор к заряженному конденсатору емкости  $C$ . Найти начальный заряд конденсатора, если работа батареи оказалась в 1,5 раза больше первоначальной энергии конденсатора.



**Ответ:** Начальный заряд конденсатора может иметь два значения:  $\frac{2}{3}CE$  и  $2CE$ .

**Решение:** Обозначим первоначальный заряд пластины, подключаемой к положительному полюсу батареи, через  $q_0$ . Поскольку конечный заряд этой пластины равен  $CE$ , для работы батареи получаем выражение  $E(CE - q_0)$ . По условию задачи  $E(CE - q_0) = 1,5 \frac{q_0^2}{2C}$ . Решая квадратное уравнение, находим два корня:  $q_0 = 2CE/3$  и  $q_0 = -2CE$ . Отрицательное значение  $q_0$  соответствует случаю, когда к отрицательно заряженной пластине конденсатора подключают положительный полюс батареи.

3. (30 баллов) Две пружины с жесткостями  $k$  и  $2k$ , имеющие в недеформированном состоянии одинаковую длину, прикреплены концами к двум стенкам, расстояние между которыми равно удвоенной длине одной пружины. Брусок массы  $m$  и длины  $L$  поставили на гладкий пол посередине между стенками, скрепили с ним свободные концы пружин (см. рис.) и отпустили без начальной скорости. Найти период гармонических колебаний бруска (10 баллов) и максимальную скорость бруска (20 баллов).



**Ответ:** Период колебаний равен  $2\pi\sqrt{\frac{m}{3k}}$ . Максимальная скорость бруска равна  $\frac{L}{2}\sqrt{\frac{k}{3m}}$ .

**Решение:** Колебания бруска под действием двух пружин эквивалентны колебаниям под действием одной пружины жесткости  $3k$ . Отсюда следует выражение для периода. Скорость бруска будет максимальной при прохождении положения равновесия, т.е. в положении, где результирующая сила со стороны двух пружин обращается в нуль. Это положение смещено от начального на  $L/6$  в сторону пружины меньшей жесткости. Учитывая, что в начальном положении каждая пружина сжата на  $L/2$ , запишем закон сохранения энергии в виде

$$\frac{mV^2}{2} + \frac{k}{2}\left(\frac{L}{2} + \frac{L}{6}\right)^2 + \frac{2k}{2}\left(\frac{L}{2} - \frac{L}{6}\right)^2 = \frac{k}{2}\left(\frac{L}{2}\right)^2 + \frac{2k}{2}\left(\frac{L}{2}\right)^2.$$

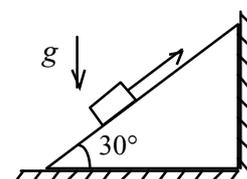
Отсюда находим максимальную скорость  $V$ .

Максимальную скорость можно найти также как произведение амплитуды колебаний  $L/6$  на круговую частоту колебаний  $\sqrt{\frac{3k}{m}}$ .

**ОЛИМПИАДА “БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ – БУДУЩЕЕ НАУКИ” 2016-2017**  
**Физика, I тур, вариант 2**  
**РЕШЕНИЯ**

**11 класс**

1. (30 баллов) Клин массы  $m$  с углом  $30^\circ$  при основании стоит на гладком столе, касаясь вертикальной стены (см. рис.). По наклонной грани клина втаскивают с ускорением  $g/3$  ( $g$  – ускорение свободного падения) груз той же массы, действуя на него силой, равной по величине  $mg$  и направленной вдоль наклонной грани клина. Найти силу трения между грузом и клином (10 баллов) и силу, с которой клин давит на стенку (20 баллов).

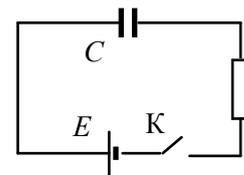


**Ответ:** Сила трения равна  $\frac{1}{6}mg$ . Клин давит на стенку с силой  $\frac{\sqrt{3}}{3}mg$ .

**Решение:** Из второго закона Ньютона для груза в проекции на наклонную грань клина следует, что сила трения между грузом и клином равна  $mg/6$ . Из второго закона Ньютона для груза в проекции на нормальное к наклонной грани направление следует, что груз давит на клин с силой  $\frac{\sqrt{3}}{2}mg$ . Сила давления клина на стенку равна сумме горизонтальных компонент силы давления груза на клин и силы трения со стороны груза на клин.

Возможно решение другим способом – путем рассмотрения изменения импульса системы тел, состоящей из клина и груза.

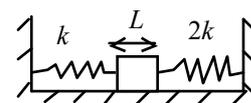
2. (40 баллов) В схеме, приведенной на рисунке, батарею с ЭДС  $E$  подключают через резистор к заряженному конденсатору емкости  $C$ . Найти выделившееся в резисторе количество теплоты, если работа батареи оказалась в 1,5 раза больше первоначальной энергии конденсатора.



**Ответ:** Количество теплоты может иметь два значения:  $\frac{CE^2}{18}$  и  $\frac{9CE^2}{2}$ .

**Решение:** Обозначим первоначальный заряд пластины, подключаемой к положительному полюсу батареи, через  $q_0$ . Поскольку конечный заряд этой пластины равен  $CE$ , для работы батареи получаем выражение  $E(CE - q_0)$ . По условию задачи  $E(CE - q_0) = 1,5 \frac{q_0^2}{2C}$ . Решая квадратное уравнение, находим два корня:  $q_0 = 2CE/3$  и  $q_0 = -2CE$ . Отрицательное значение  $q_0$  соответствует случаю, когда к отрицательно заряженной пластине конденсатора подключают положительный полюс батареи. Выделившееся тепло  $Q$  равно разности работы батареи и изменения энергии конденсатора:  $Q = E(CE - q_0) - \left( \frac{CE^2}{2} - \frac{q_0^2}{2C} \right)$ .

3. (30 баллов) Две пружины с жесткостями  $k$  и  $2k$ , имеющие в недеформированном состоянии одинаковую длину, прикреплены концами к двум стенкам, расстояние между которыми равно удвоенной длине одной пружины. Брусок массы  $m$  и длины  $L$  поставили на гладкий пол посередине между стенками, скрепили с ним свободные концы пружин (см. рис.) и отпустили без начальной скорости. Найти период гармонических колебаний бруска (10 баллов) и минимальную суммарную энергию пружин (20 баллов).



**Ответ:** Период колебаний равен  $2\pi\sqrt{\frac{m}{3k}}$ . Минимальная энергия пружин равна  $\frac{kL^2}{3}$ .

**Решение:** Колебания бруска под действием двух пружин эквивалентны колебаниям под действием одной пружины жесткости  $3k$ . Отсюда следует выражение для периода. Суммарная энергия пружин будет минимальной при прохождении положения равновесия, т.е. в положении, где результирующая сила со стороны двух пружин обращается в нуль. Это положение смещено от начального на  $L/6$  в сторону пружины меньшей жесткости. Учитывая, что в начальном положении каждая пружина сжата на  $L/2$ , находим минимальную

энергию пружин как  $\frac{k}{2} \left( \frac{L}{2} + \frac{L}{6} \right)^2 + \frac{2k}{2} \left( \frac{L}{2} - \frac{L}{6} \right)^2$ .