

Межрегиональная олимпиада школьников
"Будущие исследователи – будущее науки" 2014/2015
Физика. Финальный тур. *Время выполнения – 180 минут.*

9 класс

1. (30 баллов) Горизонтальная дальность полета тела, брошенного под углом к горизонту, вдвое больше максимальной высоты подъема тела. Под каким углом было брошено тело (10 баллов)? Какую часть времени полета скорость тела была меньше половины начальной скорости (20 баллов)?

Ответ: Тело было брошено под углом $\alpha = \arctg 2 \approx 63^\circ$. Скорость тела была меньше половины начальной скорости в течение $1/4$ всего времени полета.

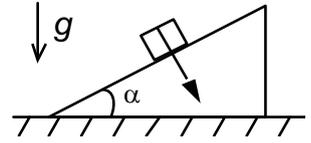
Решение: Пусть V_0 – величина начальной скорости тела, а α – угол, под которым его бросили. Используя известные формулы для горизонтальной дальности полета $L = 2V_0^2 \sin\alpha \cos\alpha / g$ и высоты подъема $H = V_0^2 \sin^2\alpha / (2g)$, находим, что $\tg\alpha = 2$, т.е. $\alpha \approx 63^\circ$.

При найденном угле α горизонтальная компонента начальной скорости $V_0/\sqrt{5}$ вдвое меньше вертикальной $2V_0/\sqrt{5}$. Учитывая сохранение горизонтальной компоненты скорости в ходе полета, находим, что в моменты времени t_1 и t_2 , когда полная скорость равна половине начальной, вертикальная компонента скорости равна $\pm V_0/(2\sqrt{5})$, т.е. в 4 раза меньше по величине вертикальной компоненты начальной скорости. Из формул для изменения вертикальной компоненты скорости

$$\frac{V_0}{2\sqrt{5}} = \frac{2V_0}{\sqrt{5}} - gt_1, \quad -\frac{V_0}{2\sqrt{5}} = \frac{2V_0}{\sqrt{5}} - gt_2$$

находим $t_2 - t_1 = \frac{V_0}{g\sqrt{5}}$, что составляет 1/4 всего времени полета.

2. (40 баллов) Клин массы m с углом α при основании находится на горизонтальном столе. На наклонную грань клина положили груз и начали на него действовать с постоянной силой, направленной перпендикулярно наклонной грани клина (см. рис.). Трение между грузом и клином, клином и столом отсутствует. Чему равно ускорение груза, если известно, что оно направлено вертикально (10 баллов)? С какой силой клин при этом давит на стол (30 баллов)? Ускорение свободного падения g считать известным.



Ответ: Ускорение груза равно g . Клин давит на стол с силой $mg/\sin^2\alpha$.

Решение: Записывая второй закон Ньютона для груза в проекции на неподвижную ось, параллельную наклонной грани клина (вдоль нее действует только проекция силы тяжести), находим, что проекция ускорения груза на эту ось равна $g\sin\alpha$. Отсюда находим ускорение груза $a_r = g$.

Между ускорением груза a_r и ускорением клина $a_{кл}$ (направленным горизонтально вправо) существует кинематическая связь: проекции этих ускорений на направление, перпендикулярное наклонной грани клина, равны (в этом направлении груз и клин движутся вместе), т.е. $a_r \cos\alpha = a_{кл} \sin\alpha$. Находим отсюда ускорение клина $a_{кл} = g \operatorname{ctg}\alpha$. Обозначив силу, с которой груз давит на клин, через N , запишем второй закон Ньютона для клина в проекции на горизонтальную ось: $ma_{кл} = N \sin\alpha$. Отсюда следует, что $N = mg \cos\alpha / \sin^2\alpha$. Сила, с которой клин давит на стол, находится как сумма действующей на клин силы тяжести mg и вертикальной проекции силы N : $mg + mg \cos\alpha / \sin^2\alpha = mg / \sin^2\alpha$.

3. (30 баллов) В сосуде с водой плавает, погружившись наполовину, шар объема V с полостью внутри и небольшим отверстием в верхней части его оболочки. Воду из сосуда наливают через отверстие в полость, и после заполнения 2/3 объема полости шар оказывается полностью погруженным в воду. Найти объем полости (10 баллов) и плотность материала оболочки шара (10 баллов). Понизится или повысится уровень воды в сосуде по сравнению с первоначальным после того, как шар утонет и вода заполнит всю полость (10 баллов)? Плотность воды 1000 кг/м^3 .

Ответ: Объем полости составляет $3/4V$. Плотность материала оболочки шара равна 2000 кг/м^3 . Уровень воды понизится.

Решение: Запишем условия плавания шара с пустой полостью и с заполненной на 2/3 полостью: $\rho_v V/2 = M$, $\rho_v V = M + \rho_v 2V_p/3$, где M – масса шара, ρ_v – плотность воды, а V_p – объем полости. Из этих соотношений находим, что $V_p = 3V/4$. Отсюда ясно, что материал шара занимает объем $V/4$ и $M = \rho_{ш} V/4$, где $\rho_{ш}$ – плотность материала шара. Тогда из записанного выше условия плавания пустого шара следует, что $\rho_{ш} = 2\rho_v$.