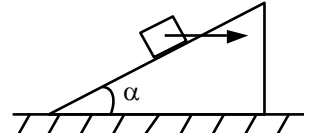


ОЛИМПИАДА “БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ – БУДУЩЕЕ НАУКИ” 2014-2015
Физика, 11 класс, I тур (заочный)

1. (30 баллов) Клин массы m с углом α при основании находится на горизонтальном столе. К лежащему на клине грузу, масса которого равна массе клина, приложена постоянная горизонтальная сила (см. рисунок). Трение между грузом и клином, клином и столом отсутствует. Чему равна приложенная к грузу сила, если он не скользит по клину? Ускорение свободного падения g считать известным.



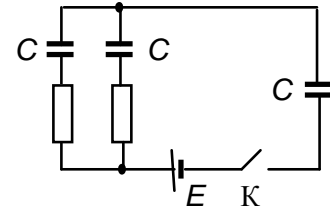
Ответ: Приложенная сила равна $2mgtg\alpha$.

Решение: Обозначим искомую силу через F . Поскольку груз не скользит по клину, то тела движутся как одно целое с ускорением $a = F/(2m)$, направленным вдоль стола. Записывая 2-ой закон Ньютона для груза в проекции на наклонную грань клина в виде

$$m\cos\alpha = F\cos\alpha - mgsin\alpha$$

и подставляя в полученное соотношение выражение для a , находим силу F .

2. (40 баллов) В схеме, приведенной на рисунке, емкости конденсаторов одинаковы и равны C , сопротивление одного резистора много меньше сопротивления другого, ЭДС батареи E , ее внутреннее сопротивление равно нулю. Перед замыканием ключа K конденсаторы были разряжены. Какую работу совершит батарея за все время зарядки конденсаторов (10 баллов)? Сколько тепла выделится в каждом из резисторов за время зарядки (30 баллов)?



Ответ: Батарея совершит работу $(2/3)CE^2$. На резисторе с меньшим сопротивлением выделится $(1/4)CE^2$ тепла, на резисторе с большим сопротивлением $(1/12)CE^2$.

Решение: Работа батареи A определяется прошедшим через нее зарядом q согласно формуле $A = qE$. После зарядки конденсаторов токи в резисторах прекратятся и на включенных последовательно с ними конденсаторах установится одинаковое напряжение $E/3$ – конденсаторы будут фактически включены параллельно друг другу (их суммарная емкость составит $2C$) и последовательно с крайним правым на схеме конденсатором. Суммарный заряд на пластинах параллельно включенных конденсаторов $(2/3)CE$ равен, очевидно, прошедшему через батарею заряду: $q = (2/3)CE$. Отсюда находим $A = (2/3)CE^2$.

Чтобы найти, сколько тепла выделится на каждом из резисторов, подсчитаем вначале полное тепло Q_{Σ} , которое выделится на обоих резисторах за все время зарядки конденсаторов. Найденная выше работа батареи A идет на создание электрической энергии конденсаторов W_{Σ} и на выделение в цепи тепла: $A = W_{\Sigma} + Q_{\Sigma}$. Электрическую энергию находим как сумму энергий двух параллельно включенных конденсаторов, на которых напряжение $E/3$ (см. выше), и энергии крайнего правого конденсатора с напряжением $2E/3$:

$$W_{\Sigma} = 2C(E/3)^2/2 + C(2E/3)^2/2 = (1/3)CE^2.$$

Тогда

$$Q_{\Sigma} = A - W_{\Sigma} = (1/3)CE^2.$$

Чтобы найти распределение тепла между резисторами, воспользуемся тем обстоятельством, что сопротивление одного резистора много меньше другого. Из-за сильного различия сопротивлений в цепи сначала произойдет быстрая зарядка двух конденсаторов – того, что включен последова-

тельно с малым сопротивлением, и крайне правого. Каждый из этих конденсаторов зарядится до напряжения $E/2$. Напряжение на конденсаторе, включенном последовательно с резистором большого сопротивления, за это время не успеет измениться и останется вблизи нуля. В ходе данного (быстрого) процесса тепло будет выделяться практически только на малом сопротивлении. Учитывая, что за время быстрого процесса через батарею пройдет заряд $CE/2$, ее работа будет $(1/2)CE^2$. Электрическая энергия двух конденсаторов, заряженных до $E/2$, равна $(1/4)CE^2$. Количество тепла, выделившееся в ходе быстрого процесса, находим как разность работы батареи и энергии конденсаторов:

$$Q_1 = (1/2)CE^2 - (1/4)CE^2 = (1/4)CE^2.$$

В ходе дальнейшего (медленного) процесса будет происходить зарядка конденсатора, включенного последовательно с резистором большого сопротивления, и будут изменяться напряжения на двух других конденсаторах. При этом тепло будет выделяться, в основном, на резисторе большого сопротивления, поскольку через оба резистора будут протекать сравнимые по величине токи. Количество выделившегося на резисторе большого сопротивления тепла Q_2 находим как разность Q_Σ и Q_1 :

$$Q_2 = Q_\Sigma - Q_1 = (1/3)CE^2 - (1/4)CE^2 = (1/12)CE^2.$$

3. (30 баллов) Две частицы совершают колебания вдоль оси x . Одна движется по закону $x = A\cos\omega t$, другая – по закону $x = 3A + A\cos(\omega t + \pi/3)$. Какого максимального значения достигает относительная скорость частиц в процессе движения?

Ответ: Максимальное значение относительной скорости равно ωA .

Решение:

Записывая скорость первой частицы как $V_{1x} = -\omega A\sin\omega t$, а второй – как $V_{2x} = -\omega A\sin(\omega t + \pi/3)$, составим выражение для относительной скорости:

$$V_{2x} - V_{1x} = \omega A[\sin\omega t - \sin(\omega t + \pi/3)].$$

С помощью формулы для разности синусов преобразуем это выражение к виду

$$V_{2x} - V_{1x} = -2\omega A\sin(\pi/6)\sin(\omega t + \pi/6).$$

Максимальное значение данного выражение равно $2\omega A\sin(\pi/6)$ или ωA .