

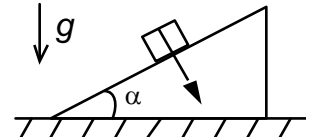
Межрегиональная олимпиада школьников

"Будущие исследователи – будущее науки" 2014/2015

Физика. Финальный тур. *Время выполнения – 180 минут.*

11 класс

1. (30 баллов) Клин массы  $m$  с углом  $\alpha$  при основании находится на горизонтальном столе. На наклонную грань клина положили груз и начали на него действовать с постоянной силой, направленной перпендикулярно наклонной грани клина (см. рис.). Трение между грузом и клином, клином и столом отсутствует. Чему равно ускорение груза, если известно, что оно направлено вертикально (10 баллов)? С какой силой клин при этом давит на стол (20 баллов)? Ускорение свободного падения  $g$  считать известным.

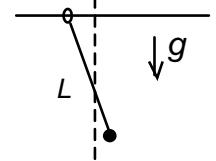


**Ответ:** Ускорение груза равно  $g$ . Клин давит на стол с силой  $mg/\sin^2\alpha$ .

**Решение:** Записывая второй закон Ньютона для груза в проекции на неподвижную ось, параллельную наклонной грани клина (вдоль нее действует только проекция силы тяжести), находим, что проекция ускорения груза на эту ось равна  $g\sin\alpha$ . Отсюда находим ускорение груза  $a_r = g$ .

Между ускорением груза  $a_r$  и ускорением клина  $a_{\text{кл}}$  (направленным горизонтально вправо) существует кинематическая связь: проекции этих ускорений на направление, перпендикулярное наклонной грани клина, равны (в этом направлении груз и клин движутся вместе), т.е.  $a_r \cos\alpha = a_{\text{кл}} \sin\alpha$ . Находим отсюда ускорение клина  $a_{\text{кл}} = g \tan\alpha$ . Обозначив силу, с которой груз давит на клин, через  $N$ , запишем второй закон Ньютона для клина в проекции на горизонтальную ось:  $ma_{\text{кл}} = N \sin\alpha$ . Отсюда следует, что  $N = mg \cos\alpha / \sin^2\alpha$ . Сила, с которой клин давит на стол, находится как сумма действующей на клин силы тяжести  $mg$  и вертикальной проекции силы  $N$ :  $mg + mg \cos\alpha / \sin^2\alpha = mg / \sin^2\alpha$ .

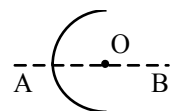
2. (25 баллов) Идеальная нить длины  $L$  связывает кольцо, которое может скользить без трения по неподвижной горизонтальной спице, и точечный груз, масса которого вдвое больше массы кольца. Вначале кольцо и груз удерживают в положении, когда нить образует малый угол с вертикалью (см. рис.), и затем освобождают. Найти период гармонических колебаний, которые будут происходить в системе. Учесть, что при малых колебаниях движением груза по вертикали можно пренебречь. Ускорение свободного падения  $g$  считать известным.



**Ответ:** Период колебаний равен  $2\pi\sqrt{\frac{L}{3g}}$ .

**Решение:** Поскольку на систему «груз-кольцо» не действует горизонтальных сил, ее центр масс не смещается в горизонтальном направлении. Незначительным вертикальным смещением центра масс при малых колебаниях пренебрегаем. Таким образом, в данном приближении движение груза представляет собой колебания математического маятника с точкой подвеса в центре масс. Длина нити этого маятника (расстояние от груза до центра масс) составляет  $L/3$ , а период его колебаний равен  $2\pi\sqrt{L/(3g)}$ . Из неподвижности центра масс следует также, что движение кольца имеет тот же период.

3. (25 баллов) Равномерно заряженное полукольцо согнули под углом  $90^\circ$  вокруг оси симметрии АВ (см. рис.). Во сколько раз изменилась величина напряженности электрического поля в центре кольца О?



**Ответ:** Напряженность электрического поля возросла в  $\sqrt{3/2} \approx 1,2$  раза.

**Решение:** Обозначим через  $E$  величину напряженности поля, создаваемого в т. О четвертью кольца. До сгибания полукольца две составляющие его четверти создают в т. О поля, которые направлены под углом  $45^\circ$  к оси симметрии АВ и лежат в одной плоскости с этой осью. Полное поле при этом направлено вдоль оси АВ и равно по величине  $E\sqrt{2}$ . После сгибания полукольца векторы полей от четвертей кольца по-прежнему будут направлены под углом  $45^\circ$  к оси АВ, однако теперь плоскости, проходящие через каждый из векторов полей и ось АВ, будут перпендикулярны друг другу. Раскладывая один из

векторов полей на две составляющие – вдоль оси АВ и вдоль направления, перпендикулярного оси АВ и другому вектору поля, находим величину полного поля в этом случае:  $E\sqrt{3}$ . Таким образом, отношение полей в двух случаях равно  $\sqrt{3/2} \approx 1.2$ .

**4. (20 баллов)** При взаимном движении источника и приемника электромагнитных волн наблюдается эффект Доплера: например, при их сближении частота регистрируемого приемником сигнала превышает излучаемую источником частоту  $\nu_0$  на величину  $\Delta\nu = \nu_0 V/c$ , где  $V$  – скорость сближения источника и приемника, а  $c$  – скорость света (предполагается, что  $V \ll c$ ). Для измерения скоростей движущихся объектов применяют доплеровские радары, в которых источник и приемник совмещены и приемник регистрирует отраженный от объекта сигнал. Какую частоту зафиксирует радар, излучающий частоту  $\nu_0$  и направленный на приближающийся со скоростью  $V$  автомобиль?

**Ответ:** Радар зафиксирует частоту  $\nu_0(1 + 2V/c)$ .

**Решение:** Излученная радаром электромагнитная волна при падении на автомобиль наводит в нем электрические токи. При этом автомобиль играет фактически роль движущегося приемника, и поэтому наведенные токи колеблются на доплеровски сдвинутой частоте  $\nu_0(1 + V/c)$ . Колеблющиеся токи переизлучают электромагнитную волну. При этом автомобиль выступает уже в роли движущегося передатчика, а излученная волна испытывает еще один доплеровский сдвиг. В итоге частота проходящей к радару волны будет равна  $\nu_0(1 + 2V/c)$ .