ОЛИМПИАДА “БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ – БУДУЩЕЕ НАУКИ” 2014-2015
Физика, 10 класс, I тур (заочный)

1. (30 баллов) Горизонтально летящая со скоростью V бабочка оказывается над трубкой фонтана в момент его включения. Струи воды разлетаются из трубки во всех направлениях со скоростью $2V$. Пренебрегая трением капель воды о воздух, найти минимальную высоту бабочки над трубкой, при которой она не будет сбита водой. Ускорение свободного падения g считать известным.

Ответ: Чтобы не быть сбитой водой, бабочка должна лететь на высоте, большей $(3/2)V^2/g$.

Решение: Наиболее высоко бабочку может сбить капля воды, которая вылетает из фонтана в момент начала его работы под углом 60° к горизонту (речь идет, естественно, о капле, которая движется с бабочкой в одном горизонтальном направлении). Действительно, горизонтальная скорость этой капли равна $2V\cos 60° = V$, т.е., такая же, как у бабочки, поэтому в верхней точке своей параболической траектории эта капля окажется одновременно с бабочкой, если та летит на высоте вершины параболы. Капли, которые вылетают под большим углом к горизонту, достигнут большей высоты подъема, однако, их горизонтальная скорость меньше, чем у бабочки, поэтому они отстают от бабочки в горизонтальном направлении. Капли, которые вылетают под углом, меньшим 60°, имеют меньшую максимальную высоту подъема. Таким образом, чтобы не быть сбитой, бабочка должна лететь на высоте, большей высоты подъема капли, вылетевшей под углом 60° к горизонту, т.е., большей $(3/2)V^2/g$.

2. (40 баллов) Вдоль доски, покоящейся на гладком горизонтальном столе, толкают с начальной скоростью V_0 брусок, масса которого вдвое больше массы доски. Пройдя всю доску, брусок продолжает движение по гладкому столу со скоростью u относительно доски. Затем опыт повторяют с бруском, масса которого равна массе доски (толкают его вдоль доски с той же начальной скоростью). С какой скоростью более легкий брусок будет удаляться от доски, пройдя всю ее длину? Считать, что коэффициент трения между доской и брусками одинаков.

Ответ: Более легкий брусок будет удаляться от доски со скоростью $[(V_0^2 + 2u^2)/3]^{1/2}$.

Решение: Направим ось x вдоль вектора начальной скорости бруска. Обозначим через m массу доски, через L – ее длину, а через μ - коэффициент трения между брусками и доской. Рассмотрим вначале 1-й опыт с бруском массы $2m$. Во время движения по доске на брусок со стороны доски действует направленная против оси x сила трения $\mu 2mg$, в результате чего брусок имеет ускорение $a_{бх}$ = $-\mu g$, и его движение замедляется. На доску со стороны бруска действует такая же по величине сила трения $\mu 2mg$, но направленная вдоль оси x, в результате чего доска разгоняется с ускорением $a_{дх}$ = $2\mu g$. Далее удобно рассматривать движение бруска относительно доски. При движении по доске относительное ускорение бруска равно $a_{бх} - a_{дх} = -3\mu g$, а его относительная скорость уменьшается от V_0 в начале движения до u в момент схода с доски (и далее не меняется). Применяя известную кинематическую формулу $V_x^2 – V_0^2 = 2a_x\Delta x$, приходим к соотношению

$$V_0^2 – u^2 = 6\mu gL.$$

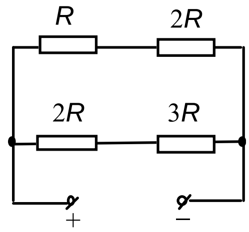
Во 2-м опыте силы трения будут иметь величину μmg. При этом ускорение бруска будет $a_{бх} = -\mu g$, а доски $a_{дх} = \mu g$. Относительное ускорение бруска равно $a_{бх} - a_{дх} = -2\mu g$, а его относительная скорость уменьшается от V_0 до искомой u'. Применяя ту же кинематическую формулу, приходим к соотношению

$$V_0^2 - (u')^2 = 4\mu gL.$$

Исключая из двух полученных соотношений неизвестную длину доски, находим искомую скорость

$$u' = [(V_0^2 + 2u^2)/3]^{1/2}.$$

3. (30 баллов) Цепь из четырех резисторов подключена к источнику постоянного напряжения (см. рисунок). На каком из резисторов выделяется наименьшая мощность (10 баллов)? Чтобы на нем стала выделяться мощность большая, чем на любом из остальных резисторов, параллельно одному из них подключают шунт (еще один резистор). Какой из резисторов следует зашунтировать (10 баллов)? Каким должно быть сопротивление шунта (10 баллов)?



Ответ: Наименьшая мощность выделяется на резисторе $2R$ в нижней ветви цепи. Зашунтировать следует резистор $3R$. Сопротивление шунта должно быть меньше $(3/2)R$.

Решение: Обозначив напряжение источника через U, запишем токи в верхней и нижней ветвях цепи как $U/(3R)$ и $U/(5R)$ соответственно. Записывая далее выражения для мощностей, выделяемых на каждом из резисторов, нетрудно определить, что минимальная мощность $(2/25)U^2/R$ выделяется на резисторе $2R$ нижней ветви. Для дальнейшего решения отметим также, что максимальная мощность $(2/9)U^2/R$ выделяется на резисторе $2R$ верхней ветви.

Чтобы увеличить мощность, выделяемую на резисторе $2R$ нижней ветви, нужно, очевидно, зашунтировать резистор $3R$. Действительно, это приведет к уменьшению сопротивления нижней ветви, увеличению тока в ней и, как результат, увеличению выделяемой на резисторе $2R$ мощности.

Обозначив искомое сопротивление шунта через R_x, запишем выражение для мощности, которая будет выделяться на резисторе $2R$ нижней ветви после подключения шунта: $2RU^2/(2R + R_\Sigma)^2$, где $R_\Sigma = 3RR_x/(3R + R_x)$. По условию эта мощность должна стать максимальной в цепи. Поскольку ток в верхней ветви не изменился после подключения шунта, то не изменилась и выделяемая на резисторах этой ветви мощность (в том числе, на резисторе $2R$, на котором выделялась максимальная мощность до подключения шунта). Записывая условие, что на резисторе $2R$ нижней ветви должна выделяться большая мощность, чем на резисторе $2R$ верхней ветви, т.е.,

$$2RU^2/(2R + R_\Sigma)^2 > (2/9)U^2/R,$$

находим

$$R_x < (3/2)R.$$

Заметим, что подключение шунта приводит к уменьшению выделяемой на резисторе $3R$ мощности, поэтому записанное выше условие является достаточным.