

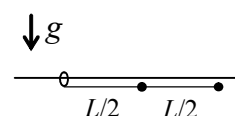
**ОЛИМПИАДА “БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ – БУДУЩЕЕ НАУКИ” 2010/2011 уч. год**  
**Физика, 10 класс, 2 тур**  
**Вариант 1**

1. На гладком горизонтальном столе находится клин с углом  $\alpha$  при основании. По шероховатой наклонной грани клина длины  $L$  с вершины соскальзывает брусок, причем его скорость относительно стола ориентирована вертикально и равна  $V_0$ . Считая, что массы бруска и клина одинаковы и равны  $m$  и клин движется поступательно, найти импульс системы брусок+клин (в процессе соскальзывания бруска) и количество тепла, выделившееся в результате соскальзывания бруска к основанию клина.

**Решение:**

Из кинематической связи (условия равенства нормальных к наклонной грани клина компонент скоростей бруска и клина) находим скорость клина  $V = V_0 \operatorname{ctg} \alpha$ . Импульс системы брусок+клин равен  $mV_0 \sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha} = mV_0 / \sin \alpha$ . Количество выделившегося тепла равно уменьшению потенциальной энергии бруска в поле тяжести, т.е.  $mgL \sin \alpha$ .

2. Невесомый стержень длины  $L$  шарнирно соединен с невесомым кольцом, которое может скользить без трения по неподвижной горизонтальной спице. К центру и концу стержня прикреплены две одинаковые точечные массы  $m$ . Вначале стержень с массами удерживают горизонтально (см. рисунок) и затем освобождают. Найти угловую скорость стержня в момент прохождения им вертикального положения. Чему равна сила действия кольца на спицу в этот момент?



**Решение:**

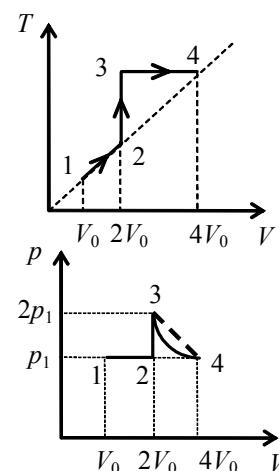
Из закона сохранения импульса в проекции на горизонтальную ось следует, что при прохождении стержнем вертикального положения скорости масс равны по величине и противоположны по направлению. Величину скорости любой из масс находим из закона сохранения энергии:  $V = \sqrt{(3/2)gL}$ . Рассматривая далее вращение стержня вокруг неподвижного в этот момент центра масс (находится посередине между массами), находим угловую скорость стержня  $\omega = 4V/L = \sqrt{24g/L}$ .

Для нахождения силы, действующей на спицу, перейдем в систему отсчета, связанную с кольцом. В рассматриваемый момент эта система отсчета является инерциальной. Поскольку в неподвижной системе отсчета кольцо в этот момент имеет скорость  $\omega 3L/4 = 3V$ , то скорость центра масс в системе отсчета, связанной с кольцом, тоже равна  $3V$ . Из уравнения движения центра масс  $2m(3V)^2 / (3L/4) = F - 2mg$  находим, что сила  $F$  со стороны спицы на кольцо равна  $F = 38mg$ . По третьему закону Ньютона с такой же силой кольцо действует на спицу.

3. Одноатомный идеальный газ совершает процесс, состоящий из трех участков 1-2, 2-3 и 3-4 (см. рисунок). На каком участке полученное газом тепло максимально?

**Решение:**

Изобразим процесс на плоскости  $p, V$  (см. рисунок). Тепло, полученное на участке 1-2 (изобара) равно  $Q_{12} = (5/2)p_1 V_0$ , на участке 2-3 (изохора)  $Q_{23} = 3p_1 V_0$ . Тепло на изотермическом участке 3-4 равно работе газа  $A_{34}$ . Эта работа равна площади под гиперболой 3-4 и меньше площади трапеции под отрезком жирной штриховой прямой:  $A_{34} < 3p_1 V_0$ . Таким образом, **полученное газом тепло максимально на участке 2-3**.



4. Оценить плотность насыщенного водяного пара, если его давление составляет половину атмосферного.

**Решение:**

Плотность пара  $\rho = m/V$  выражаем из уравнения Клапейрона-Менделеева как  $\rho = pM/(RT)$ . Температуру пара  $T$  для оценки возьмем равной температуре кипения воды при атмосферном давлении 373 К. Действительно, при  $T = 373$  К давление насыщенного пара равно атмосферному, а при комнатной температуре ( $T \sim 300$  К) давление насыщенного пара много меньше атмосферного, и не будет большой ошибкой считать, что давление в половину атмосферного достигается при температурах, близких к 373 К. Учитывая также, что  $M = 0,018$  кг/моль,  $p = 5 \cdot 10^4$  Па,  $R = 8,31$  Дж/(К·моль), находим  $\rho \sim 0,3$  кг/м<sup>3</sup>.

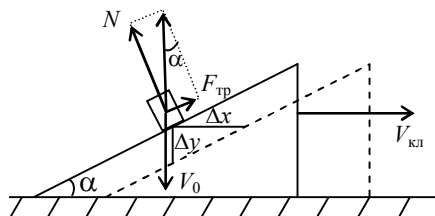
**ОЛИМПИАДА “БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ – БУДУЩЕЕ НАУКИ” 2010/2011 уч. год**  
**Физика, 10 класс, 2 тур**  
**Вариант 2**

1. На гладком горизонтальном столе находится клин с углом  $\alpha$  при основании. По шероховатой наклонной поверхности клина соскальзывает брусок, причем его скорость относительно стола ориентирована вертикально и равна  $V_0$ . Найти скорость клина и коэффициент трения между бруском и клином.

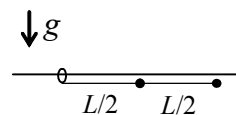
**Решение:**

Из геометрии задачи следует, что смещение бруска на  $\Delta y$  вниз сопровождается смещением клина вправо на  $\Delta x = \Delta y \operatorname{ctg} \alpha$  (см. рис.). Поскольку брусок движется вертикально вниз со скоростью  $V_0$ , клин смещается вправо со скоростью  $V_{\text{клин}} = V_0 \operatorname{ctg} \alpha$ .

Из отсутствия у бруска ускорения следует, что сумма действующих на брусок сил равна нулю, т.е.  $N = mg \sin \alpha$  и  $F_{\text{тр}} = mg \cos \alpha$ . Поскольку при скольжении  $F_{\text{тр}} = \mu N$ , находим коэффициент трения  $\mu = \operatorname{tg} \alpha$ .

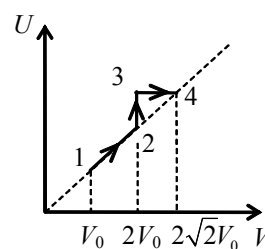


2. Невесомый стержень длины  $L$  шарнирно соединен с невесомым кольцом, которое может скользить без трения по неподвижной горизонтальной спице. К центру и концу стержня прикреплены две одинаковые точечные массы. Вначале стержень с массами удерживают горизонтально (см. рисунок) и затем освобождают. Найти скорость кольца в момент прохождения стержнем вертикального положения.



**Решение:**

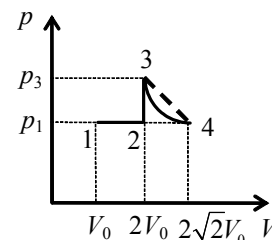
Из закона сохранения импульса в проекции на горизонтальную ось следует, что при прохождении стержнем вертикального положения скорости точечных масс одинаковы по величине и противоположны по направлению. Из закона сохранения энергии находим, что скорости точечных масс равны  $V = \sqrt{(3/2)gL}$ . Движение стержня в момент прохождения им вертикального положения представляет собой чистое вращение вокруг неподвижного в данный момент центра масс (расположенного посередине между точечными массами). Поэтому скорость кольца направлена так же, как скорость верхней точечной массы, и в 3 раза больше ее по величине, т.е. равна  $3\sqrt{(3/2)gL}$ .



3. Внутренняя энергия и объем идеального газа изменялись в соответствии с приведенным графиком. На каком из участков 1-2, 2-3 или 3-4 совершенная газом работа максимальна?

**Решение:**

Изобразим процесс на плоскости  $p, V$  (см. рисунок). Работа газа на участке 1-2 (изобара) равна  $A_{12} = p_1 V_0$ , а на участке 2-3 (изохора) равна нулю. Работу на изотермическом участке 3-4 оценим сверху как площадь трапеции (площадь под отрезком жирной штриховой прямой):  $A_{34} < (p_1 + p_3)(2^{1/2} - 1)V_0$ . Из уравнения Клапейрона-Менделеева для состояний 3 и 4 находим, что  $p_3 = 2^{1/2} p_1$ . В итоге получаем  $A_{34} < p_1 V_0$ . Таким образом, **работа газа максимальна на участке 1-2.**



4. Как известно, гравитационное поле внутри однородной гравитирующей сферы равно нулю. Как направлено гравитационное поле тонкого однородного кольца в точке, находящейся «внутри» кольца, т.е. в плоскости кольца на расстоянии от центра, меньшем радиуса кольца?

**Решение:**

Для произвольной точки А «внутри» кольца рассмотрим гравитационное поле, создаваемое двумя симметрично расположенными парами дуг (см. рисунок). Длины дуг  $\Delta L_1$  и  $\Delta L_2$ , а значит, и их массы  $\Delta m_1$  и  $\Delta m_2$  относятся как соответствующие расстояния  $r_1$  и  $r_2$ :  $\Delta m_1/\Delta m_2 = \Delta L_1/\Delta L_2 = r_1/r_2$ . Поскольку величина гравитационного поля, создаваемого каждой дугой в точке А, пропорциональна массе дуги и обратно пропорциональна квадрату расстояния от дуги до точки А, получаем, что результирующее поле от двух пар дуг **направлено по диаметру от центра кольца**. Так же будет направлено и результирующее поле кольца.

