

Олимпиада «Будущие исследователи – будущее науки»
по математике 2020/21 уч.г.

Отборочный тур. *Продолжительность 90 минут*

1 вариант

9 класс

- 9.1. Решите уравнение $|x^2 - 100| = 2x + 1$.
- 9.2. Замените две звездочки двумя разными числами так, чтобы получилось тождественное равенство:
 $(3x - *) (2x + 5) - x = 6x^2 + 2(5x - *)$.
- 9.3. Даны два положительных числа. Известно, что их сумма, а также сумма их кубов – числа рациональные. Можно ли утверждать, что а) сами числа рациональные? б) сумма их квадратов – число рациональное?
- 9.4. Внутри треугольника ABC взяли произвольную точку M . Через вершины треугольника и эту точку провели три отрезка до пересечения с противоположными сторонами. Докажите, что среди этих отрезков можно выбрать два таких, что точка M делит один из них (считая от вершины) в отношении ≥ 2 , а другой – в отношении ≤ 2 .

2 вариант

9 класс

- 9.1. Существуют ли такие нецелые числа x, y , что числа $6x + 5y$ и $13x + 11y$ – целые?
- 9.2. Можно ли куб разбить на 2020 кубиков?
- 9.3. Сколько решений в целых числах x, y имеет неравенство $|y - x| + |3x - 2y| \leq a$ а) при $a=2$; б) при $a=20$?
- 9.4. На сторонах AB и BC треугольника ABC взяты точки M и N соответственно. Оказалось, что периметр $\triangle AMC$ равен периметру $\triangle CNA$, а периметр $\triangle ANB$ равен периметру $\triangle CMB$. Докажите, что $\triangle ABC$ равнобедренный.

3 вариант

9 класс

- 9.1. В трехзначном числе зачеркнули первую цифру и получили двузначное. Если на это двузначное число поделить исходное, то частное будет равно 9, а остаток 8. Найдите исходное число. (Приведите все возможные решения.)
- 9.2. В трапеции $ABCD$ точка N – середина боковой стороны CD . Оказалось, что $\angle ANB = 90^\circ$. Докажите, что AN и BN – биссектрисы углов A и B соответственно.
- 9.3. Найдите все такие квадратные трехчлены $P(x)=x^2+bx+c$, что $P(x)$ имеет целые корни, а сумма его коэффициентов (т.е. $1+b+c$) равна 10.
- 9.4. а) Докажите, что в любом выпуклом четырехугольнике найдутся две стороны, которые меньше по длине, чем наибольшая диагональ. б) Может ли быть ровно две таких стороны?