

Олимпиада «Будущие исследователи – будущее науки»
Математика. 2020-2021 учебный год
Финальный тур. Продолжительность 180 минут.

9 класс

- 9.1. Существуют ли такие нецелые числа x , y , что оба числа $5x + 7y$ и $7x + 10y$ целые?
- 9.2. В треугольнике ABC угол A наибольший. Точки M и N симметричны вершине A относительно биссектрис углов B и C соответственно. Найдите $\angle A$, если $\angle MAN = 50^\circ$.
- 9.3. Сколько существует прямоугольных треугольников с целочисленными сторонами, у которых один из катетов равен 2021?
- 9.4. 25 учеников класса, среди которых n мальчиков, сидят за большим круглым столом. Обязательно ли найдутся два мальчика, между которыми (по часовой стрелке) сидят ровно 4 человека, если а) $n=10$; б) $n=11$?
- 9.5. Дано 10 чисел: 10, 20, 30, ..., 100. С ними можно проделать следующую операцию: выбрать любые три и прибавить к выбранным числам по единице. С полученными 10 числами проделывается та же операция и т.д. Можно ли в результате нескольких операций получить: а) все одинаковые числа? б) все числа, равные 200?