

Олимпиада «Будущие исследователи – будущее науки»
по математике 2020/21 уч.г.

Отборочный тур. *Продолжительность 90 минут*

1 вариант

8 класс

- 8.1. Велосипедист ехал сначала со скоростью 20(км/час). но проехав треть пути, он взглянул на часы и решил увеличить скорость на 20%. С новой скоростью он ехал всю оставшуюся часть пути. Какова средняя скорость велосипедиста?
- 8.2. Замените две звездочки двумя разными числами так, чтобы получилось тождественное равенство:
 $(3x - *) (2x + 5) - x = 6x^2 + 2(5x - *)$.
- 8.3. Дан выпуклый четырехугольник $ABCD$ и точка M внутри него, не лежащая на диагоналях. Докажите, что хотя бы один из углов $\angle AMC$ или $\angle BMD$ тупой.
- 8.4. Сумма десяти различных натуральных чисел больше 144. Докажите, что среди этих десяти чисел найдутся три числа, сумма которых не меньше 54.

2 вариант

8 класс

- 8.1.** У 92-значного натурального числа n известны первые 90 цифр: с 1-й по 10-ю – единицы, с 11-й по 20-ю – двойки, и так далее, с 81-й по 90-ю – девятки. Найдите последние две цифры числа n , если известно, что n делится на 72.
- 8.2.** Можно ли куб разбить на 2020 кубиков?
- 8.3.** Существуют ли такие нецелые числа x , y , что числа $6x + 5y$ и $13x + 11y$ – целые?
- 8.4.** На сторонах AB и BC треугольника ABC взяты точки M и N соответственно. Оказалось, что периметр $\triangle AMC$ равен периметру $\triangle CNA$, а периметр $\triangle ANB$ равен периметру $\triangle CMB$. Докажите, что $\triangle ABC$ равнобедренный.

3 вариант

8 класс

- 8.1.** В 8а классе по списку 60% девочек. Когда из-за болезни в класс не пришли два мальчика и одна девочка, то девочек присутствовало 62,5%. Сколько в классе по списку девочек и мальчиков?
- 8.2.** Докажите, что для всех натуральных $n > 1$ число $n^{2020} + 4$ составное.
- 8.3.** Найдите шестизначное число, которое после умножения на 9 записывается теми же цифрами, что исходное число, но в обратном порядке? Сколько таких шестизначных чисел?
- 8.4.** а) Докажите, что в любом выпуклом четырехугольнике найдутся две стороны, которые меньше по длине, чем наибольшая диагональ. б) Может ли быть ровно две таких стороны?