

Олимпиада «Будущие исследователи – будущее науки»
Математика. 2020-2021 учебный год
Финальный тур. Продолжительность 180 минут.

11 класс

- 11.1.** Решите уравнение $(x^4 + x + 1)(\sqrt[3]{80} - \sqrt[3]{0,01}) = 2(\sqrt[3]{5,12} + \sqrt[3]{0,03375})$.
- 11.2.** Дан равнобедренный треугольник ABC с основанием AC . Пусть M – точка пересечения медиан. Докажите, что $\angle BAM < 2\angle MAC$.
- 11.3** Последовательность целых чисел a_n задается следующим образом: $a_{n+1} = a_n^2 - a_n + 1$, $a_1 = 100$. Докажите, что любые два различных члена последовательности взаимно просты.
- 11.4.** У Пети скопилось много кусочков пластилина трех цветов, и он плотно заполнил пластилином полый куб со стороной 5 см, так что в кубе не осталось свободного места. Докажите, что внутри куба найдутся две точки одного цвета на расстоянии ровно 7 см друг от друга.
- 11.5.** Существует ли такой многочлен десятой степени, принимающий целые значения при всех целых аргументах, у которого старший коэффициент не превосходит по абсолютной величине 10^{-6} ?