

11класс

11.1. Решите уравнение $x^{10} - 3x^4 + x^2 + 1 = 0$.

11.2. Докажите неравенство $\sin \alpha \cos \frac{\alpha}{2} \leq \sin(\frac{\pi}{4} + \alpha)$ для всех $\alpha \in [0, \frac{\pi}{2}]$.

11.3. 14 теннисистов сыграли в однокруговом турнире (каждый игрок сыграл с каждым одну партию). Докажите, что найдутся такие три игрока, что каждый из остальных 11 игроков проиграл хотя бы одному из этой тройки. (Ничьих в теннисе не бывает).

11.4. На стороне AD выпуклого четырёхугольника $ABCD$ отмечена точка O . Оказалось, что $AO=BO$, $CO=OD$ и $\angle BOA = \angle COD$. Пусть E – точка пересечения диагоналей четырёхугольника. Докажите, что EO – биссектриса угла AED .

11.5. На координатной плоскости построен график $y = \frac{2020}{x}$. Сколько на графике точек, касательная в которых пересекает обе координатные оси в точках с целыми координатами?