

**10 класс**

- 10.1.** Внутри прямоугольника  $ABCD$  отметили точку  $M$  и на отрезках  $AM$ ,  $BM$ ,  $CM$  и  $DM$  построили как на диаметрах четыре круга. Пусть  $S_A, S_B, S_C, S_D$  – соответственно, площади этих кругов. Докажите, что  $S_A + S_C = S_B + S_D$ .
- 10.2.** Найдите все значения параметра  $a$ , для которых уравнение  $\sqrt{x^2 - 2x - 3}(x^2 - 3ax + 2a^2) = 0$  имеет ровно три корня.
- 10.3.** Биссектриса  $BK$  треугольника  $ABC$  в точке  $I$  пересечения биссектрис делится в отношении  $BI : IK = 10 : 7$ . Докажите, что угол  $B$  острый.
- 10.4.** Сколько существует трехзначных натуральных чисел  $n$ , для которых число  $n^3 - n^2$  является точным квадратом?

### 10 класс

- 10.1.** а) Докажите, что для любого числа  $d > 0$  существует прямоугольный треугольник, длины сторон которого образуют арифметическую прогрессию с разностью  $d$ . б) Докажите, что радиус вписанной окружности такого треугольника равен  $d$ .
- 10.2.** Даны числа  $a, b$  (не обязательно различные) и рассмотрены соответствующие квадратные трехчлены  $x^2 + ax + b^2$  и  $x^2 + bx + a^2$ . Оказалось, что эти трехчлены имеют общий корень. Могут ли  $a$  и  $b$  быть ненулевыми числами?
- 10.3.** Существует ли такое натуральное  $n$ , что число  $n^2 + 6n + 2019$  делится на 100?
- 10.4.** Даны треугольник и четырехугольник, про которые известно следующее: для любых двух углов треугольника найдется угол в четырехугольнике, по величине равный сумме этих двух углов треугольника. Докажите, что треугольник равнобедренный.