

## 7 класс

7.1. Существуют ли такие натуральные числа  $m, n$ , что  $mn(m+n) = 2020$  ?

**Ответ.** Не существуют. **Решение.** Разложим 2020 в правой части уравнения на простые множители:  $2020 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 101$ . Так как число 101 простое, один из трёх множителей левой части ( $m, n$  или  $m+n$ ) должен делиться на 101. Если на 101 делится  $m$  или  $n$ , то  $m \geq 101$  или, соответственно,  $n \geq 101$  и тогда  $m+n > 101$ , но отсюда следует, что произведение  $mn(m+n)$  превышает  $101^2 > 2020$ . Если же  $m+n \geq 101$ , то хотя бы одно из чисел  $m$  или  $n$  больше, чем 50, и тогда произведение  $mn(m+n)$  будет больше, чем  $50 \cdot 101 > 2020$ .

7.2. Коля хочет представить в десятичной форме дробь  $\frac{3}{7}$ , записав на доске 0 целых и 1000 знаков после запятой. Затем он собирается стереть 500-й знак после запятой. Какое число у него получится после этого: больше или меньше  $\frac{3}{7}$  ?

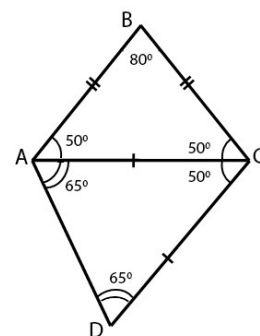
**Ответ.** Больше. **Решение.** Для того, чтобы ответить на вопрос задачи, нужно выяснить, что больше : 500-й или 501-й знак после запятой? Дробь  $\frac{3}{7}$  в десятичной форме является периодической с периодом 428571 длины 6, а именно  $\frac{3}{7} = 0,428571428571\dots$ . Так как 500 дает остаток 2 при делении на 6, то 500-й знак после запятой равен второй цифре в периоде, т.е. равен 2, а 501-й знак – третьей цифре, т.е. 8. Следовательно, полученное число будет больше исходного.

7.3. В 7-а классе 25 человек, и каждый посещает танцевальный кружок или драмкружок (некоторые посещают оба кружка). Контрольную по математике писали все, и учитель по её результатам подсчитал процент двоечников отдельно среди «танцоров» и среди «актёров». Оказалось, что процент одинаковый и равен 30%. Может ли быть процент двоечников во всём классе больше 35%?

**Ответ.** Может. **Решение.** Рассмотрим такой пример. Пусть в классе 10 «танцоров» и 20 «актёров», тогда «танцующих актёров» будет  $10 + 20 - 25 = 5$  человек, а «чистых танцоров»  $10 - 5 = 5$  и «чистых актёров»  $20 - 5 = 15$ . Предположим, что двойки получили трое «танцоров» и шесть «актеров», причем «танцующие актёры» двоек не получали. Тогда среди «танцоров» и среди «актеров» процент двоек равен  $\frac{3}{10} = \frac{6}{20} = 30\%$ , а во всём классе процент двоек  $\frac{9}{25} = 36\%$ . *Комментарий.* Полным решением задачи считается любой пример, удовлетворяющий условиям. В приведенном примере «круглые» числа танцоров и актёров (10 и 20) «подсказаны» круглым числом процентов (=30%).

7.4. Даны два равнобедренных остроугольных треугольника. Известно, что у первого треугольника есть угол, равный некоторому углу второго треугольника, и есть сторона, равная некоторой стороне второго треугольника. Можно ли утверждать, что треугольники равны?

**Ответ.** Нельзя. **Решение.** См. на рисунке пример неравных треугольников  $ABC$  и  $ACD$ , удовлетворяющих условиям задачи.



7.5. У Пети есть 4 медных советских монеты – по одной номиналом 1, 2, 3 и 5 копеек. Он узнал из интернета такой факт: эти монеты должны весить ровно столько граммов, каков их номинал. Петя хочет проверить этот факт с помощью чашечных весов. Сможет ли он это сделать, если у него есть всего одна гирька в 9 граммов?

**Ответ.** Сможет. **Решение.** Пусть  $x$  – вес 1-копеечной монеты,  $y$  – вес 2-копеечной монеты. Если проверяемый факт верен, то  $(x+y)$  – вес 3-копеечной монеты, а  $(x+2y)$  – вес 5-копеечной монеты. Для того, чтобы в этом убедиться, мы сделаем два взвешивания: 1) 1коп. + 2коп. = 3коп. (?); 2) 2коп. + 3коп. = 5коп. (?). Если хотя бы одно из этих равенств не выполняется (весы не в равновесии), то проверяемый факт неверен. Если равенства выполнены, проверим, проведя еще два взвешивания, следующие равенства: 1коп. + 3коп. + 5коп. = 9 гр. (?) и 2коп. + 3коп. + 5коп. = 1коп. + 9 гр. (?). Если хотя бы одно из этих равенств не выполняется, то проверяемый факт неверен. Если же оба равенства

выполняются, то имеем два уравнения:  $x + x + y + x + 2y = 9$  и  $y + x + y + x + 2y = 9 + x$ , из которых получим  $x = 1, y = 2$ , т.е. проверяемый факт верен.