

**Математическая олимпиада
«Будущие исследователи – будущее науки»**

**1 тур. 10.11.2018
10 класс**

- 10.1** Докажите неравенство $|a + 1| - a^2 - 1 \leq a$.
- 10.2** Можно ли переставить цифры в 30-значном числе 11...122...233...3 (в котором 10 единиц, 10 двоек и 10 троек) так, чтобы получился квадрат натурального числа?
- 10.3** Докажите, что если площадь выпуклого четырехугольника равна произведению его средних линий, то его диагонали равны между собой (средняя линия – это отрезок, соединяющий середины противоположных сторон).
- 10.4 а)** Прямоугольник площади 2018 расположен на координатной плоскости так, что его стороны параллельны координатным осям, а все четыре вершины лежат внутри разных квадрантов и имеют целочисленные координаты. Найдите длину его диагонали. **б)** Существует ли прямоугольник площади 2018 с целочисленными вершинами внутри разных квадрантов, у которого стороны не параллельны координатным осям?

**1 тур. 11.11.2018
10 класс**

- 10.1** Докажите неравенство $|a + 1| \leq a^2 - a + 2$.
- 10.2** В компании из n человек надо распределить поровну 100 000 рублевых монет. Сколько существует различных значений n , для которых такое распределение возможно?
- 10.3** Дан выпуклый четырехугольник $ABCD$ и точка M внутри него. Оказалось, что все треугольники ABM , BCM , CDM и DAM равнобедренные. Докажите, что среди отрезков AM , BM , CM и DM найдутся хотя бы два одинаковых по длине.
- 10.4 а)** Докажите, что существует возрастающая геометрическая прогрессия, из которой можно выбрать три члена (не обязательно соседние), образующие арифметическую прогрессию. **б)** Может ли знаменатель такой геометрической прогрессии быть больше 1.9?