

Математическая олимпиада
«Будущие исследователи – будущее науки»
Финальный тур. 2019

10 класс

- 10.1.** Существует ли прямоугольник с иррациональными сторонами, у которого **а)** площадь и периметр – числа целые? **б)** площадь, периметр и диагональ – числа целые?
- 10.2.** Даны коэффициенты a, b, c квадратного трёхчлена $ax^2 + bx + c$. Его график пересекает оси координат в трёх точках, и через эти точки провели окружность, которая пересекла ось Oy ещё в одной точке. Найдите ординату этой четвертой точки.
- 10.3.** На боковых сторонах AB и CD трапеции $ABCD$ взяты точки M и N соответственно, такие, что $AN=BN$ и $\angle ABN = \angle CDM$. Докажите, что $CM=MD$.
- 10.4.** Сколько решений в целых числах x, y имеет уравнение $|3x + 2y| + |2x + y| = 100$?
- 10.5.** Дан неравносторонний треугольник со сторонами a, b, c . Если существует треугольник со сторонами $a + b - c, b + c - a, a + c - b$, то с новым треугольником проделывают ту же процедуру, и т.д., в противном случае процесс заканчивается. **а)** Может ли в этом процессе встретиться треугольник, подобный исходному? **б)** Может ли этот процесс продолжаться бесконечно?