

8 класс

8.1. Три положительных числа изменили следующим образом: первое увеличили на 10%, второе – на 13%, а третье уменьшили на 20%. Больше или меньше окажется произведение трех полученных чисел по сравнению с произведением исходных?

Ответ: меньше. **Решение.** См. задачу 7.1.

8.2. Из трехзначного числа вычли сумму его цифр и получили 261. Найдите вторую цифру исходного числа.

Ответ: 7. **Решение.** См. задачу 7.2.

8.3. Дан треугольник ABC , у которого $\angle B = 45^\circ$, $\angle C = 89^\circ$. Точка M – середина AB . Докажите, что $MB < MC < CB$.

Решение. Будем считать, что AB – основание треугольника. Поскольку $\angle A = 180^\circ - 89^\circ - 45^\circ = 46^\circ > \angle B = 45^\circ$, то $BC > AC$. Поэтому вершина C проектируется на основание AB в точку N между A и M (т.к. у большей стороны большая проекция). Тогда угол $СМВ$ тупой, и, значит, $CB > CM$. Далее, треугольник CNB – прямоугольный с острыми углами по 45° . Поэтому $BM < BN = CN < CM$.

8.4. а) Докажите, что число $\frac{2015^2 + 2017^2}{2}$ можно представить как сумму квадратов двух натуральных чисел. **б)** Докажите более общий факт: полусумму квадратов двух различных нечетных чисел можно представить как сумму квадратов двух натуральных чисел.

Решение. а) Пусть $2k - 1 = 2015$. Тогда имеем $\frac{(2k - 1)^2 + (2k + 1)^2}{2} = 4k^2 + 1$. **б)** Имеем

$$\frac{(2k + 1)^2 + (2n + 1)^2}{2} = 2k^2 + 2n^2 + 2k + 2n + 1 = (k + n + 1)^2 + (k - n)^2.$$