

## 7 класс

**7.1.** Три положительных числа изменили следующим образом: первое увеличили на 10%, второе – на 13%, а третье уменьшили на 20%. Больше или меньше окажется произведение трех полученных чисел по сравнению с произведением исходных?

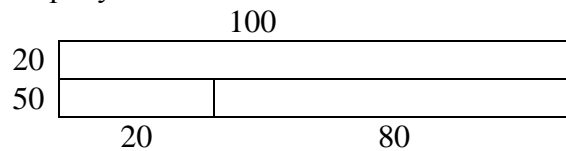
**Ответ:** меньше. **Решение.** Пусть  $a; b; c$  – исходные числа. Тогда  $1.1a; 1.13b; 0.8c$  – полученные числа, а их произведение  $(1.1 \cdot 1.13 \cdot 0.8)abc = 0.9944abc < abc$ .

**7.2.** Из трехзначного числа вычли сумму его цифр и получили 261. Найдите вторую цифру исходного числа.

**Ответ:** 7. **Решение.** Пусть  $\overline{xyz} = 100x + 10y + z$  – исходное число. По условию  $99x + 9y = 261$ , т.е.  $11x + y = 29$ . Поскольку  $y \leq 9$ , то для того чтобы  $29 - y$  делилось на 11, получаем  $y = 7$  (и тогда  $x = 2$ ).

**7.3.** Можно ли разрезать прямоугольник  $100 \times 70$  на три прямоугольника так, чтобы их площади относились как 1:2:4?

**Ответ:** можно. **Решение.** См. рисунок.



**7.4. а)** Докажите, что число  $\frac{2014^2 + 2016^2}{2}$  можно представить как сумму квадратов двух натуральных чисел. **б)** Докажите более общий факт: полусумму квадратов двух различных четных чисел можно представить как сумму квадратов двух натуральных чисел.

**Решение.** а) Обозначим  $n = 1012$ . Тогда имеем  $\frac{(2n)^2 + (2n+2)^2}{2} = 2n^2 + 2(n+1) = 4n^2 + 4n + 2 = (2n+1)^2 + 1^2$ . б)  $\frac{(2n)^2 + (2m)^2}{2} = 2n^2 + 2m^2 = (n-m)^2 + (n+m)^2$ .