

Межрегиональная олимпиада школьников
«Будущие исследователи – будущее науки»
Финальный тур 9.03.2014

9 класс

- 9.1. Какое из чисел больше: $\sqrt{100^2 - 99} + \sqrt{99^2 - 100}$ или $\sqrt{100^2 - 100} + \sqrt{99^2 - 99}$?
- 9.2. Дано натуральное число n . Обозначим $N = n^4 - 90n^2 - 91n - 90$. Докажите, что при $n > 10$
а) N – составное натуральное число; б) N можно представить в виде произведения трех натуральных сомножителей, больших единицы.
- 9.3. Натуральные числа m и n таковы, что $m \cdot n$ делится на $m + n$. Можно ли утверждать, что m делится на n , если известно, что а) n – простое число? б) n – произведение двух различных простых чисел?
- 9.4. Дан пятиугольник со сторонами (в некотором порядке) 1; 2; 5; 6; 7. Докажите, что в этот пятиугольник нельзя вписать окружность.
- 9.5. 10 девочек и 10 мальчиков встали в ряд так, что девочки и мальчики чередуются, а именно слева направо стоят: девочка-мальчик-девочка-мальчик и т.д. Каждую минуту в одной (любой) паре соседей «девочка-мальчик» дети могут поменяться местами, при условии, что девочка стоит слева от мальчика. Может ли такой «обменный процесс» продолжаться больше часа?