

11 класс

11.1. Для всех возможных значений параметра a решите уравнение $\log_2 \sqrt{\cos x} = \log_4(a \cdot \sin x)$.

11.2. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} xy + x = 15 \\ x^2 + y^2 + xy + y = 41 \end{cases}$$

11.3. Найдите область определения и множество значений функции

$$y = \sqrt{x^2 + 3x + 2} + \frac{1}{\sqrt{2x^2 + 6x + 4}}.$$

11.4. Могут ли величины углов четырехугольника, вписанного в окружность, представлять собой (в некотором порядке): а) арифметическую прогрессию с ненулевой разностью? б) геометрическую прогрессию со знаменателем, отличным от единицы?

11.5. Ребра SA , SB и SC тетраэдра $SABC$ взаимно перпендикулярны, а их длины равны, соответственно, 2; 3 и 6. а) Найдите радиус R сферы, описанной около тетраэдра. б) Существует ли сфера радиуса, меньшего, чем R , содержащая данный тетраэдр?

II вариант

11 класс

1. Найти наименьший период функции $y = \cos^{100}x + \sin^{100}x$.
2. Дан прямоугольник $ABCD$ и точка M внутри него. Пусть $MA=a$, $MB=b$, $MC=c$, $MD=d$. Доказать, что существует выпуклый четырехугольник со сторонами a , b , c , d , имеющий площадь вдвое меньше площади прямоугольника $ABCD$.
3. Доказать, что уравнение $x^{100} + x^{99}y + x^{98}y^2 + \dots + xy^{99} + y^{100} = -1$ не имеет решений в действительных числах.
4. Доказать, что из любых шести целых чисел всегда можно выбрать четыре числа a , b , c , d так, чтобы $ab - cd$ делилось на 3.
5. Дан квадратный трехчлен $x^2 + px + q$ с целыми коэффициентами. Известно, что каждое из уравнений $x^2 + px + q = 0$ и $x^2 + px + q = 2011$ имеет целые корни. Найти наименьшее значение функции $y = x^2 + px + q$.