

Олимпиада «Будущие исследователи – будущее науки» 2009/2010.
Математика. Заочный тур.

Задания для 9 и 10 классов

1. Решите уравнение $x^4 + 4 + 3x(x^2 - 2x + 2) = 0$.
2. Существуют ли иррациональные числа x, y такие, что
 - а) числа $(x^3 - x^2y + xy^2 - 1)$ и $(x^2 - xy + y^2)$ рациональные?
 - б) числа $(x^3 - 3x^2y + xy^2 - 3)$ и $(x^2 - 3xy + y^2)$ рациональные?
3. Вершины правильного 99-угольника раскрашены в некотором порядке в два цвета: 25 вершин -- в красный цвет, остальные -- в синий. Докажите, что найдутся четыре вершины подряд, среди которых две красные и две синие.
4. Докажите, что существует 2010 точных квадратов (т.е. квадратов натуральных чисел), которые отличаются друг от друга только порядком цифр в десятичной записи.
5. Дан $\triangle ABC$. На стороне BC взята такая точка M , что $\angle BAM = \angle BCA$. Докажите, что центр описанной около треугольника ABC окружности лежит на прямой, проходящей через точку B перпендикулярно к AM .