

Олимпиада школьников Ломоносов–2022
по механике и математическому моделированию

Вариант 221

1. Время разбега самолета от момента старта до момента отрыва от земли составляет 15 секунд. Найдите длину разбега, если для данной модели самолета скорость отрыва составляет 100 км/час. Считать движение самолета во время разбега равноускоренным. Ответ дайте в метрах, при необходимости округлив до ближайшего целого числа.

2. Проектируется крытое футбольное поле прямоугольной формы длиной 90 м, шириной 60 м, которое должно освещаться четырьмя прожекторами, каждый из которых висит в какой-то точке на потолке. При этом каждый прожектор освещает круг, радиус которого равен высоте, на которой висит прожектор. Необходимо найти минимально возможную высоту потолка, при которой выполняются следующие условия: каждая точка футбольного поля освещается хотя бы одним прожектором; высота потолка должна быть кратной 0,1 м (например, 19,2 м, 26 м, 31,9 м).

3. Гаврила сел в электричку с полностью заряженным смартфоном, и ровно к концу поездки его смартфон полностью разрядился. При этом половину всего времени он играл в Тетрис, а вторую половину смотрел мультики. Известно, что смартфон полностью разряжается за 3 часа просмотра видео или за 5 часов игры в Тетрис. Какое расстояние проехал Гаврила, если электричка половину пути двигалась со средней скоростью 80 км/ч, вторую половину пути — со средней скоростью 60 км/ч? Ответ дайте в километрах, при необходимости округлив до ближайшего целого числа.

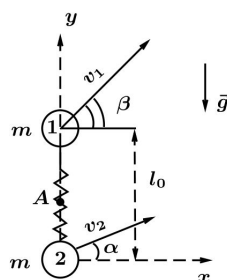
4. В качестве рабочего вещества тепловой машины, работающей циклически, используют идеальный газ. Цикл состоит из трех этапов: изохорическое уменьшение давления с $3P_0$ до P_0 , изобарическое увеличение плотности с ρ_0 до $3\rho_0$ и возвращение в исходное состояние, при котором процесс в осях $P/P_0, \rho/\rho_0$ изображается четвертью окружности с центром в точке (1,1). Определите КПД этого цикла, зная, что он в 8 раз меньше максимально возможного при тех же значениях минимальной и максимальной температур газа, что и в данном цикле.

5. Частица движется в плоскости Oxy прямоугольной системы координат по закону (здесь x, y — координаты точки в метрах, t — время в секундах):

$$x(t) = 3 + \sin t \cdot \cos t - \sin t - \cos t; \quad y(t) = 1.$$

В этой же плоскости из начала координат постоянно исходит тонкий луч света по закону $y = cx$, где c — положительная безразмерная константа. При каких значениях c существует хотя бы один момент времени, в который данная частица освещается лучом?

6. На вертикально расположенную конструкцию, состоящую из двух одинаковых масс, соединенных пружиной (см. рисунок), производят воздействие, в результате которого верхняя масса начинает двигаться с начальной скоростью V_1 под углом β к горизонту, а нижняя — со скоростью V_2 под углом α к горизонту. На какую максимальную высоту относительно своего начального положения поднимется точка A — центр пружины?



Олимпиада школьников Ломоносов–2022
по механике и математическому моделированию

Вариант 222

1. Время разбега самолета от момента старта до момента отрыва от земли составляет 15 секунд. Найдите длину разбега, если для данной модели самолета скорость отрыва составляет 100 км/час. Считать движение самолета во время разбега равноускоренным. Ответ дайте в метрах, при необходимости округлив до ближайшего целого числа.

2. Проектируется крытое футбольное поле прямоугольной формы длиной 100 м, шириной 70 м, которое должно освещаться четырьмя прожекторами, каждый из которых висит в какой-то точке на потолке. При этом каждый прожектор освещает круг, радиус которого равен высоте, на которой висит прожектор. Необходимо найти минимально возможную высоту потолка, при которой выполняются следующие условия: каждая точка футбольного поля освещается хотя бы одним прожектором; высота потолка должна быть кратной 0,1 м (например, 19,2 м, 26 м, 31,9 м).

3. Гаврила сел в электричку с полностью заряженным смартфоном, и ровно к концу поездки его смартфон полностью разрядился. При этом половину всего времени он играл в Тетрис, а вторую половину смотрел мультики. Известно, что смартфон полностью разряжается за 3 часа просмотра видео или за 5 часов игры в Тетрис. Какое расстояние проехал Гаврила, если электричка половину пути двигалась со средней скоростью 100 км/ч, вторую половину пути — со средней скоростью 60 км/ч? Ответ дайте в километрах, при необходимости округлив до ближайшего целого числа.

4. В качестве рабочего вещества тепловой машины, работающей циклически, используют идеальный газ. Цикл состоит из трех этапов: изохорическое уменьшение давления с $4P_0$ до P_0 , изобарическое увеличение плотности с ρ_0 до $4\rho_0$ и возвращение в исходное состояние, при котором процесс в осях $P/P_0, \rho/\rho_0$ изображается четвертью окружности с центром в точке (4,4). Определите КПД этого цикла, зная, что он в 15 раз меньше максимально возможного при тех же значениях минимальной и максимальной температур газа, что и в данном цикле.

5. Частица движется в плоскости Oxy прямоугольной системы координат по закону (здесь x, y — координаты точки в метрах, t — время в секундах):

$$x(t) = 3; \quad y(t) = 3 + \sin t \cdot \cos t - \sin t - \cos t.$$

В этой же плоскости из начала координат постоянно исходит тонкий луч света по закону $y = cx$, где c — положительная безразмерная константа. При каких значениях c не существует ни одного момента времени, в который данная частица освещается лучом?

6. На вертикально расположенную конструкцию, состоящую из двух одинаковых масс, соединенных пружиной (см. рисунок), производят воздействие, в результате которого верхняя масса начинает двигаться с начальной скоростью V_1 под углом β к горизонту, а нижняя — со скоростью V_2 под углом α к горизонту. На какую максимальную высоту относительно своего начального положения поднимется точка A — центр пружины?

