

10 – 11 классы

Задачи 1 – 4 оценивались в 16 баллов каждая, задачи 5 – 6 – в 18 баллов каждая.

Правильный ответ = максимальный балл за задачу,

любой неправильный ответ = 0 баллов за задачу.

Максимальная сумма баллов = 100.

Во всех задачах, если это требуется, считать:

- ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$;
- везде, где не сказано иное, ответы давать в единицах СИ, при необходимости округлив до сотых.

Задача 1

1.1. Тело, имея начальную скорость $v = 1 \text{ м/с}$, двигалось равноускоренно и за некоторое время t , пройдя расстояние S , приобрело скорость $v = 7 \text{ м/с}$. Какая часть этого времени прошла к моменту, когда тело преодолело половину расстояния S ? Полученную дробь округлите до сотых.

Решение. Дано: $V_0 = 1 \text{ м/с}$, $V_2 = 7 \text{ м/с}$.

Из закона движения: $t = \frac{V-V_0}{a}$, $S = \frac{V^2-V_0^2}{2a}$. В два разных момента времени будем

$$\text{иметь: } \frac{t_2}{t_1} = \frac{V_2-V_0}{V_1-V_0}, \frac{S_2}{S_1} = \frac{V_2^2-V_0^2}{V_1^2-V_0^2} \Rightarrow \frac{S_2}{S_1} = \frac{t_2}{t_1} \cdot \frac{V_2+V_0}{V_1+V_0}.$$

Из условия задачи $\frac{S_2}{S_1} = 2$. Тогда $V_1^2 = \frac{V_2^2+V_0^2}{2} = 5 \text{ м/с}$.

Отсюда получим $2 = \frac{t_2}{t_1} \cdot \frac{7+1}{5+1} \Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = 0,67$.

Ответ: 0.67.

1.2. Тело, имея начальную скорость $v = 2 \text{ м/с}$, двигалось равноускоренно и за некоторое время t , пройдя расстояние S , приобрело скорость $v = 14 \text{ м/с}$. Какая

часть этого времени прошла к моменту, когда тело преодолело половину расстояния S ? Полученную дробь округлите до сотых.

{0.67}

1.3. Тело, имея начальную скорость $v = 3$ м/с, двигалось равноускоренно и за некоторое время t , пройдя расстояние S , приобрело скорость $v = 21$ м/с. Какая часть этого времени прошла к моменту, когда тело преодолело половину расстояния S ? Полученную дробь округлите до сотых.

{0.67}

1.4. Тело, имея начальную скорость $v = 4$ м/с, двигалось равноускоренно и за некоторое время t , пройдя расстояние S , приобрело скорость $v = 28$ м/с. Какая часть этого времени прошла к моменту, когда тело преодолело половину расстояния S ? Полученную дробь округлите до сотых.

{0.67}

Задача 2

2.1. Гаврила на водном мотоцикле, двигаясь с постоянной скоростью, проплыл путь от носа до кормы океанского лайнера за 12 с, а от кормы до носа – за 60 с. При этом лайнер двигался с постоянной скоростью. За какое время лайнер пройдет мимо Гаврилы, остановившего свой мотоцикл, чтобы порыбачить?

Решение. l, V, U – длина лайнера, скорость Гаврилы, скорость лайнера соответственно.

$$\begin{cases} l = (V + U)t_1 \\ l = (V - U)t_2 \\ l = Ut \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} l/t_1 = (V + U) \\ l/t_2 = (V - U) \\ l = Ut \end{cases}$$

Вычтем из первого уравнения второе: $U = l \cdot \frac{t_2 - t_1}{2t_1 t_2} \Rightarrow t = \frac{2t_1 t_2}{t_2 - t_1} = 30$ с.

Ответ: 30.

2.2. Глафира на водном мотоцикле, двигаясь с постоянной скоростью, проплывала путь от носа до кормы океанского лайнера за 15 с, а от кормы до носа – за 60 с. При этом лайнер двигался с постоянной скоростью. За какое время лайнер пройдет мимо Глафиры, остановившей свой мотоцикл, чтобы порыбачить?

{40}

2.3. Гаврила на водном мотоцикле, двигаясь с постоянной скоростью, проплывал путь от носа до кормы океанского лайнера за 12 с, а от кормы до носа – за 48 с. При этом лайнер двигался с постоянной скоростью. За какое время лайнер пройдет мимо Гаврилы, остановившего свой мотоцикл, чтобы порыбачить?

{32}

2.4. Глафира на водном мотоцикле, двигаясь с постоянной скоростью, проплывала путь от носа до кормы океанского лайнера за 15 с, а от кормы до носа – за 45 с. При этом лайнер двигался с постоянной скоростью. За какое время лайнер пройдет мимо Глафиры, остановившей свой мотоцикл, чтобы порыбачить?

{45}

Задача 3

3.1. Оболочку воздушного шара первый раз заполнили легким газом, а второй раз газом, плотность которого в 2 раза больше первого. При этом выяснилось, что во втором случае подъемная сила в 2 раза меньше, чем в первом. Во сколько раз плотность воздуха больше, чем плотность первого газа?

Решение. Подъемная сила есть разность силы Архимеда и силы тяжести. Поэтому можно записать (здесь $n = 2$):

$$\frac{\rho V - \rho_1 V}{\rho V - \rho_2 V} = n \Rightarrow \rho - \rho_1 = n(\rho - \rho_2) \Rightarrow (n - 1)\rho = (n^2 - 1)\rho_1 \Rightarrow \rho = \rho_1(n + 1).$$

Поэтому отношение плотностей равно $n + 1$.

Ответ: 3.

3.2. Оболочку воздушного шара первый раз заполнили легким газом, а второй раз газом, плотность которого в 1,5 раза больше первого. При этом выяснилось, что во втором случае подъемная сила в 1,5 раза меньше, чем в первом. Во сколько раз плотность воздуха больше, чем плотность первого газа?

{2,5}.

3.3. Оболочку воздушного шара первый раз заполнили легким газом, а второй раз газом, плотность которого в 2,5 раза больше первого. При этом выяснилось, что во втором случае подъемная сила в 2,5 раза меньше, чем в первом. Во сколько раз плотность воздуха больше, чем плотность первого газа?

{3,5}.

3.4. Оболочку воздушного шара первый раз заполнили легким газом, а второй раз газом, плотность которого в 3 раза больше первого. При этом выяснилось, что во втором случае подъемная сила в 3 раза меньше, чем в первом. Во сколько раз плотность воздуха больше, чем плотность первого газа?

{4}.

Задача 4

4.1. Гаврила с Глафирой, занимаясь в кружке практической физики, запускают ракеты массой 300 г (включая массу двух зарядов). Масса каждого из зарядов равна 50 г. Ракета Гаврилы устроена так, что сначала взрывается первый заряд, а когда ракета поднимается вертикально на максимальную высоту, то взрывается второй заряд и ракета поднимается еще выше. А у ракеты Глафиры

оба заряда взрываются сразу. Скорость истечения газов из ракеты при взрыве заряда во всех случаях одна и та же и равна 200 м/с. Найдите модуль разности максимальных высот подъема ракет Гаврилы и Глафиры.

Решение. Если взрываются сразу два заряда, то $2mV = MW$

$$\Rightarrow W = 2V \frac{m}{M} = 100 \text{ м/с.}$$

Тогда высота подъема ракеты будет равна $H_1 = \frac{W^2}{2g} = 500 \text{ м.}$

Если сначала взрывается один заряд, то:

$$U_1 = V \cdot \frac{m}{M+m} = 200 \cdot \frac{50}{250} = 40 \text{ м/с} \Rightarrow h_1 = \frac{U_1^2}{2g} = \frac{1600}{20} = 80 \text{ м;}$$

потом второй заряд:

$$U_2 = V \cdot \frac{m}{M} = 200 \cdot \frac{50}{200} = 50 \text{ м/с} \Rightarrow h_2 = \frac{U_2^2}{2g} = \frac{2500}{20} = 125 \text{ м.}$$

Общая высота в этом случае $H_1 = h_1 + h_2 = 205 \text{ м.}$

Искомая разность: $500 - 205 = 295 \text{ м.}$

Ответ: 295.

4.2. Гаврила с Глафирой, занимаясь в кружке практической физики, запускают ракеты массой 350 г (включая массу двух зарядов). Масса каждого из зарядов равна 50 г. Ракета Гаврилы устроена так, что сначала взрывается первый заряд, а когда ракета поднимается вертикально на максимальную высоту, то взрывается второй заряд и ракета поднимается еще выше. А у ракеты Глафиры оба заряда взрываются сразу. Скорость истечения газов из ракеты при взрыве заряда во всех случаях одна и та же и равна 240 м/с. Найдите модуль разности максимальных высот подъема ракет Гаврилы и Глафиры.

{265,6}.

4.3. Гаврила с Глафирой, занимаясь в кружке практической физики, запускают ракеты массой 350 г (включая массу двух зарядов). Масса каждого из зарядов

равна 50 г. Ракета Гаврилы устроена так, что сначала взрывается первый заряд, а когда ракета поднимается вертикально на максимальную высоту, то взрывается второй заряд и ракета поднимается еще выше. А у ракеты Глафиры оба заряда взрываются сразу. Скорость истечения газов из ракеты при взрыве заряда во всех случаях одна и та же и равна 210 м/с. Найдите модуль разности максимальных высот подъема ракет Гаврилы и Глафиры.

{203,35}.

4.4. Гаврила с Глафирой, занимаясь в кружке практической физики, запускают ракеты массой 450 г (включая массу двух зарядов). Масса каждого из зарядов равна 50 г. Ракета Гаврилы устроена так, что сначала взрывается первый заряд, а когда ракета поднимается вертикально на максимальную высоту, то взрывается второй заряд и ракета поднимается еще выше. А у ракеты Глафиры оба заряда взрываются сразу. Скорость истечения газов из ракеты при взрыве заряда во всех случаях одна и та же и равна 360 м/с. Найдите модуль разности максимальных высот подъема ракет Гаврилы и Глафиры.

{295,48}.

Задача 5

5.1. В двух одинаковых теплоизолированных сосудах находится один и тот же газ. В первом сосуде температура газа равна 27°C , а во втором температура равна 127°C . Сосуды соединяют тонкой трубкой. В результате после смешения в сосудах установилась температура 87°C . Найдите отношение количества вещества во втором сосуде к количеству вещества в первом. Объемом соединительной трубки следует пренебречь.

Решение. Внутренние энергии газа в каждом сосуде и общая после соединения сосудов трубкой связаны соотношениями:

$$U_1 = C_V \nu_1 T_1, U_2 = C_V \nu_2 T_2, U = U_1 + U_2 \Rightarrow U = C_V (\nu_1 + \nu_2) T$$

Тогда получим:

$$T(\nu_1 + \nu_2) = \nu_1 T_1 + \nu_2 T_2 \Rightarrow T(1 + k) = T_1 + k \cdot T_2, k = \frac{\nu_2}{\nu_1}.$$

Отсюда следует ответ:

$$k = \frac{T - T_1}{T_2 - T} = \frac{360 - 300}{400 - 360} = \frac{60}{40} = \frac{3}{2}.$$

Ответ: 1,5.

5.2. В двух одинаковых теплоизолированных сосудах находится один и тот же газ. В первом сосуде температура газа равна 27°C , а во втором температура равна 247°C . Сосуды соединяют тонкой трубкой. В результате после смешения в сосудах установилась температура 147°C . Найдите отношение количества вещества во втором сосуде к количеству вещества в первом. Объемом соединительной трубки следует пренебречь.

{1,2}

5.3. В двух одинаковых теплоизолированных сосудах находится один и тот же газ. В первом сосуде температура газа равна 127°C , а во втором температура равна 227°C . Сосуды соединяют тонкой трубкой. В результате после смешения в сосудах установилась температура 207°C . Найдите отношение количества вещества во втором сосуде к количеству вещества в первом. Объемом соединительной трубки следует пренебречь.

{4}

5.4. В двух одинаковых теплоизолированных сосудах находится один и тот же газ. В первом сосуде температура газа равна 127°C , а во втором температура равна 327°C . Сосуды соединяют тонкой трубкой. В результате после смешения в сосудах установилась температура 167°C . Найдите отношение количества

вещества во втором сосуде к количеству вещества в первом. Объемом соединительной трубки следует пренебречь.

{0,25}

Задача 6

6.1. Гаврила тестировал учебную компьютерную игру, которую сделала Глафира. По замыслу автора точечная цель движется по прямой по закону

$$x(t) = 3t + 1,5t^2 + 3t^3 - 1,5t^4,$$

где t – время в секундах, x – координата точки.

Гаврила имеет возможность видеть цель только тогда, когда $x \geq 1,5$. Успеет ли он ее поразить, если на прицеливание и выстрел уходит 2,2 секунды?

Если не успеет, то в ответ поставьте 0.

Если успеет, то в ответ внесите длину максимального промежутка времени, в течение которого Гаврила видит цель. При необходимости ответ округлите до сотых.

Решение. Разделим неравенство $x(t) \geq 1,5$ на 1,5, получаем неравенство:

$$2t + t^2 + 2t^3 - t^4 \geq 1 \Rightarrow t^4 - 2t^3 - t^2 - 2t + 1 \leq 0.$$

Теперь поделим неравенство на t^2 и сделаем замену переменных $z = t + \frac{1}{t}$.

Придем к неравенству: $z^2 - 2z - 3 \leq 0 \Rightarrow -1 \leq z \leq 3$. С учетом замены переменных и того факта, что $t > 0$, придем к неравенству для t :

$$t^2 - 3t + 1 \leq 0.$$

Решение этого неравенства и есть промежуток времени, в течение которого Гаврила будет видеть цель. Так как оба корня левой части неравенства положительны, то промежуток времени равен разности корней, которую можно найти с помощью теоремы Виета:

$$|t_2 - t_1| = \sqrt{(t_1 + t_2)^2 - 4t_1 \cdot t_2} = \sqrt{9 - 4} = \sqrt{5} > 2,2, \text{ так как } 5 > 2,2^2 = 4,84.$$

Потому успеет, и искомое время равно $\sqrt{5} \approx 2,24$ сек.

Ответ: 2,24.

6.2. Гаврила тестировал учебную компьютерную игру, которую сделала Глафира. По замыслу автора точечная цель движется по прямой по закону

$$x(t) = t + 0,5t^2 + t^3 - 0,5t^4,$$

где t – время в секундах, x – координата точки.

Гаврила имеет возможность видеть цель только тогда, когда $x \geq 0,5$. Успеет ли он ее поразить, если на прицеливание и выстрел уходит 2,2 секунды?

Если не успеет, то в ответ поставьте 0.

Если успеет, то в ответ внесите длину максимального промежутка времени, в течение которого Гаврила видит цель. При необходимости ответ округлите до сотых.

{2,24}

6.3. Гаврила тестировал учебную компьютерную игру, которую сделала Глафира. По замыслу автора точечная цель движется по прямой по закону

$$x(t) = 5t + 2,5t^2 + 5t^3 - 2,5t^4,$$

где t – время в секундах, x – координата точки.

Гаврила имеет возможность видеть цель только тогда, когда $x \geq 2,5$. Успеет ли он ее поразить, если на прицеливание и выстрел уходит 2,2 секунды?

Если не успеет, то в ответ поставьте 0.

Если успеет, то в ответ внесите длину максимального промежутка времени, в течение которого Гаврила видит цель. При необходимости ответ округлите до сотых.

{2,24}

6.4. Гаврила тестировал учебную компьютерную игру, которую сделала Глафира. По замыслу автора точечная цель движется по прямой по закону

$$x(t) = 7t + 3,5t^2 + 7t^3 - 3,5t^4,$$

где t – время в секундах, x – координата точки.

Гаврила имеет возможность видеть цель только тогда, когда $x \geq 3,5$. Успеет ли он ее поразить, если на прицеливание и выстрел уходит 2,2 секунды?

Если не успеет, то в ответ поставьте 0.

Если успеет, то в ответ внесите длину максимального промежутка времени, в течение которого Гаврила видит цель. При необходимости ответ округлите до сотых.

{2,24}