

Задача 1. Робот-пылесос запрограммирован так, что он движется по полу по закону:

$$\begin{cases} x = t(t-6)^2, \\ y = 0, 0 \leq t \leq 7; y = (t-7)^2, t \geq 7, \end{cases}$$

где оси выбраны параллельно стенам и движение начинается из начала координат. Время t измеряется в минутах, а координаты в метрах. Найдите пройденный роботом путь за первые 7 минут и модуль изменения вектора скорости за восьмую минуту.

Задача 2. Расстояния от лежащих в горизонтальной плоскости трех точек до основания телевизионной башни равны 800 м, 700 м и 500 м соответственно. Из каждой из этих трех точек башня видна (от основания до верхушки) под некоторым углом, при этом сумма этих трех углов равна 90° . А) Найдите высоту телевизионной башни (в метрах). Б) Округлите ответ до ближайшего целого числа метров.

Задача 3. Все ученики класса по результатам теста набрали разное количество баллов (целые положительные числа), совпадающих результатов нет. В сумме все они набрали 119 баллов. Сумма трех самых маленьких результатов – 23 балла, а трех самых больших – 49 баллов. Сколько учеников сдавали тест? Сколько баллов набрал победитель?

Задача 4. С одним молем идеального газа совершается замкнутый цикл, в котором:

1 – 2 – изобара, при этом объем увеличивается в 4 раза;

2 – 3 – изотерма, при этом давление увеличивается;

3 – 1 – процесс, в котором газ сжимается по закону $T = \gamma V^2$.

Найдите во сколько раз объем в состоянии 3 превосходит начальный объем в состоянии 1.

Задача 5. Вертикальные колебания груза массы m на пружине жесткости k в вязкой среде описываются уравнением $x(t) = ae^{-2t} + be^{-t} + mg/k$, где a, b – константы, зависящие от начальных условий, t – время. В начальный момент времени груз вывели из состояния равновесия. При $mg/k = 1$ и $b = 1 - 2a$ найдите значения константы a , при которых в процессе движения пружина дважды окажется в нерастянутом состоянии ($x = 0$).

Задача 6. Три бусинки массами $m_1 = 150$ г, $m_3 = 30$ г, $m_2 = 1$ г (см. рисунок) могут скользить вдоль горизонтальной спицы без трения.

Определите максимальные скорости больших бусинок, если в начальный момент времени они покоились, а маленькая бусинка двигалась со скоростью $V = 10$ м/с.

Удары считать абсолютно упругими.

