

Решение.

$$0. t = \frac{1}{\frac{1}{4} + \frac{1}{6}} = \frac{12}{5} = 2,4$$

Ответ: 2,4 часа

1. Из закона сохранения массы получим $\rho_w V_w = 1 \Rightarrow \rho_i V_i = 1 \Rightarrow V_i = \frac{1}{\rho_i} = \frac{1}{917} = 0,0010905... \text{ м}^3 \approx 1,09$

Ответ: 1,09

2. Бесконечная убывающая геометрическая прогрессия с первым членом 30 и знаменателем $\frac{4}{5} \Rightarrow S = \frac{30}{1 - \frac{4}{5}} = \frac{30}{\frac{1}{5}} = 150$

Ответ: 150

3. Пусть m и a — количество учеников младших классов и их средний рост соответственно, а n и b — количество учеников остальных классов и их средний рост. Тогда средний рост учеников школы равен $\frac{am+bn}{m+n}$

$$\text{По условию: } a = \alpha b, \alpha = \left(1 - \frac{25}{100}\right) = \frac{3}{4}, a = \beta \frac{am+bn}{m+n}, \beta = \left(1 - \frac{15}{100}\right) = \frac{19}{20}$$

$$\text{Поэтому } \alpha b = \beta \frac{\alpha bm+bn}{m+n} \rightarrow \frac{m}{n} = \frac{\beta - \alpha}{\alpha\beta - \alpha} = \frac{8}{9} \approx 0,89$$

Ответ: 0,89

4. В первом случае брусок соскальзывает со скоростью $V_1 = 10 \text{ м/с}$. При этом из закона сохранения энергии: $mgh = \frac{mV_1^2}{2}$. Во втором случае: $mgh = \frac{mV_2^2}{2} + \frac{mU^2}{2}$ (закон сохранения энергии) и $MV_2 \cos \alpha = mU$ (закон изменения импульса в проекции на горизонталь). Введем обозначение: $k = \frac{M}{m}$. Тогда из приведенных выше законов можно получить систему двух уравнений

$$\begin{cases} V_1^2 = V_2^2 + kU^2, \\ MU = mV_2 \cos \alpha \end{cases}$$

для двух неизвестных (U, k). Отсюда получим

$$U = \frac{V_1^2 - V_2^2}{V_2 \cos \alpha}. \text{ Подставим данные и получим } U = \frac{(10-9)(10+9)}{4,5\sqrt{3}} \approx 2,44$$

Ответ: 2,44

5. Если обозначить через n количество автобусов и через k количество рейсов каждого из них, то можно подсчитать число встреч (например, по графику, иллюстрирующему движение автобусов). Получается, что каждые два автобуса встречаются $2k - 1$ раз: один раз в течение первого рейса автобуса, вышедшего раньше, и по два раза в течение каждого из остальных рейсов. Поэтому всего встреч $\frac{n(n-1)}{2}(2k - 1) = 300/2$ (число встреч делим пополам, так как каждая из них посчитана дважды). В итоге: $n(n - 1)(2k - 1) = 300$, то есть надо разложить число 300 на три множителя, один из которых на 1 меньше другого, а третий нечетный. Есть два варианта: $300 = 4 \times 3 \times 25$ и $300 = 5 \times 4 \times 15$, откуда следует, что $n = 4, k = 13$ или $n = 5, k = 8$, но в первом случае количество рейсов превышает 10, что противоречит условию. Значит, было 5 автобусов, каждый из них совершил по 8 рейсов, то есть всего рейсов 40.

Ответ: 40