

Решение.

$$0. t = \frac{1}{\frac{1}{4} + \frac{1}{6}} = \frac{12}{5} = 2,4$$

Ответ 2,4 часа

1. Из закона сохранения массы получим $\rho_w V_w = 1 \Rightarrow \rho_i V_i = 1 \Rightarrow V_i = \frac{1}{\rho_i} = \frac{1}{917} = 0,0010905... \text{ м}^3 \approx 1,09$

Ответ: 1,09

2. Первый раз мяч пролетает мимо окна, когда летит с высоты 10 м. Отразившись от земли, он поднимается на высоту 8 м и потом опускается обратно. Это 2-й (вверх) и 3-й (вниз) пролёт мимо окна. Следующая высота: $8 \cdot \frac{4}{5} = \frac{32}{5} > 6$ — это будут 4-й и 5-й пролёты. Следующая высота: $\frac{32}{5} \cdot \frac{4}{5} = \frac{128}{25}$ — больше 5, но меньше 6. Это будет 6-й раз. Больше пролётов не будет, так как следующая высота $\frac{128}{25} \cdot \frac{4}{5} = \frac{512}{125} < 5$.

Ответ: 6

3. Пусть m и a — количество учеников младших классов и их средний рост соответственно, а n и b — количество учеников остальных классов и их средний рост. Тогда средний рост учеников школы равен $\frac{am+bn}{m+n}$

$$\text{По условию: } a = \alpha b, \alpha = \left(1 - \frac{25}{100}\right) = \frac{3}{4}, a = \beta \frac{am+bn}{m+n}, \beta = \left(1 - \frac{15}{100}\right) = \frac{19}{20}$$

$$\text{Поэтому } \alpha b = \beta \frac{\alpha bm+bn}{m+n} \rightarrow \frac{m}{n} = \frac{\beta-\alpha}{\alpha\beta-\alpha} = \frac{8}{9} \approx 0,89$$

Ответ: 0,89

4. Если взято x первого сплава и y — второго, то меди будет $\frac{2}{5}x + \frac{3}{4}y$, а олова — $\frac{3}{5}x + \frac{1}{4}y$,

По условию

$$\frac{\frac{2}{5}x + \frac{3}{4}y}{\frac{3}{5}x + \frac{1}{4}y} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{4}{5}x + \frac{3}{2}y = \frac{9}{5}x + \frac{3}{4}y \Leftrightarrow x = \frac{3}{4}y$$

Отсюда $x : y = 3 : 4$.

Ответ: 0,75.

5. Если обозначить через n количество автобусов и через k количество рейсов каждого из них, то можно подсчитать число встреч (например, по графику, иллюстрирующему движение автобусов). Получается, что каждые два автобуса встречаются $2k - 1$ раз: один раз в течение первого рейса автобуса, вышедшего раньше, и по два раза в течение каждого из остальных рейсов. Поэтому всего встреч $\frac{n(n-1)}{2}(2k - 1) = 300/2$ (число встреч делим пополам, так как каждая из них посчитана дважды). В итоге: $n(n - 1)(2k - 1) = 300$, то есть надо разложить число 300 на три множителя, один из которых на 1 меньше другого, а третий нечетный. Есть два варианта: $300 = 4 \times 3 \times 25$ и $300 = 5 \times 4 \times 15$, откуда следует, что $n = 4, k = 13$ или $n = 5, k = 8$, но в первом случае количество рейсов превышает 10, что противоречит условию. Значит, было 5 автобусов, каждый из них совершил по 8 рейсов, то есть всего рейсов 40.

Ответ: 40

5. Определим уравнение процесса. Так как поршень легкий, сила упругости пружины в каждый момент времени равна силе давления газа:

$$kx = p(x)S$$

где x — длина цилиндра, занятая газом, по условию она равна сжатию пружины, k — коэффициент жесткости пружины, S — площадь основания цилиндра. Умножив на S обе части равенства, получим

$$p = \alpha V, \quad \alpha = \text{const.}$$

Найдем теплоемкость газа в таком процессе:

$$c = \frac{dQ}{dT}$$

Пусть объем газа V изменился на малую величину dV . Тогда давление изменилось от p на $dp = \alpha dV$, внутренняя энергия на

$$dU = \frac{3}{2}((p + dp)(V + dV) - pV) = \frac{3}{2}(pdV + Vdp) = 3\alpha V dV$$

При этом изменение температуры составит $dT = \frac{2}{3} \frac{dU}{\nu R} = \frac{2\alpha V dV}{\nu R}$.

Газ совершит работу $dA = pdV = \alpha V dV$.

Тепло, подведенное в систему, равно

$$dQ = dU + dA = 4\alpha V dV,$$

а теплоемкость

$$c = \frac{dQ}{dT} = 2\nu R.$$

Для того, чтобы найти удельную теплоемкость необходимо разделить полученную теплоемкость всего газа на его массу $\nu\mu$, где μ — молярная масса газа.

Ответ: $2R/\mu = 4155$ Дж/(кг К).