

Решение.

1. Если бы каждый работал в два раза быстрее, то они потратили бы времени на 50% меньше. Значит, если бы 5 й делал это в 2 раза быстрее, то время уменьшилось бы на $50 - 15 - 10 - 8 - 6 = 11$. Ответ: На 11%.

2. Пусть слабый раствор имеет концентрацию n_1 , а концентрированный — kn_1 . Для первого опыта закон сохранения массы влечет:

$$n_1 V_1 + kn_1 V_2 = (V_1 + V_2) \frac{2n_1 \cdot kn_1}{(k+1)n_1},$$

поэтому $V_1 = kV_2$, V_1 и V_2 — объемы слабого и концентрированного растворов соответственно.

Опыт Глафиры, которая взяла в m больше слабого раствора, описывается соотношением:

$$mn_1 V_1 + kn_1 V_2 = (V_1 + V_2) n',$$

поэтому

$$n' = \frac{(m+1)k}{mk+1}.$$

Так как Гаврила получил раствор с концентрацией $n_0 = 2k/(k+1)$, получаем ответ:

$$\alpha = \frac{n_0}{n'} = \frac{2(mk+1)}{(m+1)(k+1)} = \frac{11}{9}$$

Ответ: 1,22

3. Так как перемещение вдоль прямой у каждого теплохода линейно зависит от времени, то по теореме косинусов квадрат расстояния между ними выражается квадратичной зависимостью: $r^2 = At^2 + Bt + C$. Принимаем начальный момент времени за $t = 0$. Тогда $110^2 = C$, $100^2 = 7^2 \cdot A + 7B + C$, $140^2 = 15^2 \cdot A + 15B + C$. Отсюда $C = 12100$, $A = 100$, $B = -1000$, то есть $r^2 = 100t^2 - 1000t + 12100 = 100((t-5)^2 + 96)$. Поэтому минимальным расстояние будет при $t = 5$, и равно оно $\sqrt{9600} \approx 97,98$.

Ответ: 97,98 миль.

4. Закон Гука для данных пружин приводит к соотношениям: $k_1 \Delta l = F_1$, $k_2 \Delta l = F_2$, $k_3 \Delta l = F_3$. При последовательном соединении пружин на каждую действует одинаковая сила, общее растяжение есть сумма растяжений каждой пружины.

При параллельном соединении пружин общая сила, равна сумме сил, действующих на каждую пружину, а растяжение при этом одинаковое. Жесткость определяется суммированием жесткостей каждой пружины.

Из этого следует, что искомая сила F определяется из следующих условий:

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2, k_1 \Delta l_1 = F, (k_1 + k_2) \Delta l_2 = F \rightarrow \frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2 + k_3} = \Delta l.$$

Отсюда получим

$$F \left(\frac{\Delta l}{F_1} + \frac{\Delta l}{F_2 + F_3} \right) = \Delta l \rightarrow F \left(\frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_2 + F_3} \right) = 1$$

Подставим данные

$$F \left(\frac{1}{60} + \frac{1}{30+90} \right) = 1 \rightarrow F \frac{3}{120} = 1 \rightarrow F = 40 \text{ Н}$$

Ответ: 40

5. Пусть состояние, соответствующее вершине прямого угла (p_0, V_0) — состояние 1, окончание изохорного нагрева mp_0, V_0 — состояние 2, начало изобарического сжатия p_0, nV_0 — состояние 3.

Работа совершенная газом за цикл $A = \frac{1}{2}(m-1)(n-1)p_0V_0$ находится как площадь внутри треугольника.

На участке 1-2 температура газа повышается, работа не совершается, поэтому в систему передается количество теплоты

$$Q_{1-2} = c_v \Delta T_{21} = \frac{3}{2} R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} (mp_0 V_0 - p_0 V_0) = \frac{3}{2} (m - 1) p_0 V_0$$

На участке 3 – 1 температура газа понижается и газ совершает отрицательную работу. Так изменение внутренней энергии и работа меньше нуля, тепло забирается из системы.

Рассмотрим участок 2-3. Он описывается уравнением

$$p = mp_0 - \frac{m-1}{n-1} \frac{p_0}{V_0} (V - V_0).$$

Найдем точки, в которых тепло подается в систему, и в каких выводится из нее. Фиксируем $V_1 \in (V_0, nV_0)$ и рассмотрим малое изменение объема dV . Им соответствуют давление p_1 и его малое изменение $dp = -\frac{m-1}{n-1} \frac{p_0}{V_0} dV$. Изменение внутренней энергии составит

$$dU = \frac{3}{2} ((p_1 + dp)(V_1 + dV) - p_1 V_1) \approx \frac{3}{2} (p_1 dV + V_1 dp)$$

Газ совершит работу $dA = p_1 dV$. Согласно первому началу термодинамики подведенное тепло будет

$$dQ = dU + dA = \frac{5}{2} p_1 dV + \frac{3}{2} V_1 dp = \left(-4 \frac{m-1}{n-1} \frac{V_1}{V_0} + \frac{5}{2} \frac{mn-1}{n-1} \right) P_0 dV$$

Таким образом, тепло подводится в систему пока $V < V_* = \frac{5}{8} \frac{mn-1}{n-1} V_0$.

Найдем количество теплоты, подведенное на участке 2 – 3 до того момента, пока объем не достиг указанной величины: изменение внутренней энергии по формуле $\Delta U = \frac{3}{2} (p(V_*)V_* - 2p_0 V_0)$, а работу как площадь трапеции:

$$Q_{23}^+ = \frac{3}{2} (p(V_*)V_* - 2p_0 V_0) + \frac{1}{2} (2p_0 + p_*) (V_* - V_0).$$

Полное количество теплоты, подведенное в систему, составит

$$Q^+ = Q_{23}^+ + \frac{3}{2} (m - 1),$$

а КПД цикла

$$\eta = \frac{A}{Q^+}$$

При $m = 2, n = 2$ $Q_{23}^+ = 49/32 p_0 V_0$, $Q^+ = 97/32 p_0 V_0$, и $\eta = 16/97$.

Ответ: 16/97.