Решение.

1. Ответ: 70. Решение. Пусть Х – общее число осколков. Условие задачи приводит к уравнению:
$\frac{X}{5} + 26 + n \cdot \frac{X}{7} = X$, где n – неизвестное число групп. Из условия задачи следует, что число осколков кратно 35
$$X = 35l, l \in \mathbb{N} \qquad (1)$$
Тогда первое уравнение можно переписать в другом виде:$7l + 26 + n \cdot 5l = 35l$.Отсюда выразим$n$: $5n = 28 - \frac{26}{l}$. Ясно, что натуральная переменнаяlможет принимать значения 1, 2, 13 и 26. Прямой проверкой убеждаемся, что возможен лишь единственный вариант$l = 2, n = 3$.Подставляем в (1) и получаем ответ$X = 70$.

2. Ответ: на 84%.

Обозначим радиусы шаров через Rиr соответственно. Тогда первое условие означает, что

$$\frac{\frac{4}{3}\pi R^3 - \frac{4}{3}\pi r^3}{\frac{4}{3}\pi r^3} \cdot 100 = 1462{,}5 \Leftrightarrow \frac{R^3 - r^3}{r^3} = 14{,}625 \Leftrightarrow \frac{R^3}{r^3} = \frac{125}{8} \Leftrightarrow R = \frac{5}{2} r$$. Искомый

процент равен: $\frac{4\pi R^2 - 4\pi r^2}{4\pi R^2} \cdot 100 = \frac{R^2 - r^2}{R^2} \cdot 100 = \left(1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right) \cdot 100$

$$= \left(1 - \left(\frac{2}{5}\right)^2\right) \cdot 100 = \frac{2100}{25} = 84.$$

3. Ответ: Нет.

   Решение. Можно решить задачу в подвижной системе координат, связанной с Красной Шапочкой. Тогда Красная Шапочка неподвижна, а траекторией движения Волка является прямая. Кратчайшее расстояние от точки до прямой здесь равно (из соображений подобия):

   $80 \cdot \sin\alpha$, при этом $\sin\alpha = \frac{3}{5}$. Получается 48 м, что больше, чем 45 м.

   Другой способ решения: расстояние от точки пересечения до Красной Шапочки, в зависимости от времени t, равно $6t$; расстояние от точки пересечения до Волка равно $80 - 8t$. Поэтому расстояние от Волка до Красной Шапочки по теореме Пифагора равно

   $\sqrt{36t^2 + (80-8t)^2} = 2\sqrt{5\left(5t^2 - 64t + 320\right)}$. Минимум этой величины достигается при

   $t = \frac{64}{2 \cdot 5} = \frac{32}{5}$,и равен 48.

4. Угол наклонной плоскости равен $\sin\alpha = (F\uparrow - F\downarrow)/(2P), \cos\alpha = (F\uparrow + F\downarrow)/(2kP)$ Отсюда $k = 2/\sqrt{3}$.

5. Ответ: За 75 дней.

Решение. Пусть пруд имеет объем *a*(условных единиц), одна корова выпивает в день *b*(условных единиц), а ключи добавляют в день *c*(условных единиц) воды. Тогда первое условие задачи равносильно уравнению $a+3c=3\cdot 17b$, а второе – уравнению $a+30c=30\cdot 2b$. Отсюда получаем, что $b=3c$, $a=150c$. Если одна корова выпивает пруд за *x*дней, то получаем $a+xc=xb$, то есть $x=\dfrac{a}{b-c}=75$.

6. Ответ: 75 см.

Решение. На тело, помимо силы тяжести, действует постоянная горизонтальная сила $F=m\cdot a$, направленная навстречу. В системе координат с началом в точке броска, горизонтальной осью *x* и вертикальной осью *y* закон движения имеет вид:

$$x(t)=V\cdot\cos\alpha\cdot t-\frac{at^2}{2},$$

$$y(t)=V\cdot\sin\alpha\cdot t-\frac{gt^2}{2}.$$

Из условия известны координаты точки в момент времени τ:

$$0=V\cdot\cos\alpha\cdot\tau-\frac{a\tau^2}{2},$$

$$-H=V\cdot\sin\alpha\cdot\tau-\frac{g\tau^2}{2}.$$

Из этой системы двух уравнений с двумя неизвестными находим ускорение, которое создает сила, действующая со стороны воздуха, и угол, под которым произведен бросок. Из второго уравнения: $\sin\alpha=\frac{1}{V}\left(\frac{g\tau}{2}-\frac{H}{\tau}\right)=\frac{1}{5}\left(\frac{10\cdot 1}{2}-\frac{1}{1}\right)=\frac{4}{5}$. Поэтому $\cos\alpha=\frac{3}{5}$, и из первого уравнения:

$a=\dfrac{2V\cdot\cos\alpha}{\tau}=\dfrac{2\cdot 5\cdot 3}{5\cdot 1}=6$ м/с^2.

Наибольшее удаление тени соответствует максимальному значению *x*, которое достигается при $t=\dfrac{V\cos\alpha}{a}$ (вершина параболы). Это значение равно $L=\dfrac{V^2\cos^2\alpha}{2a}=\dfrac{5^2\cdot 3^2}{5^2\cdot 2\cdot 6}=\dfrac{3}{4}$ м.