



МАТЕРИАЛЫ ЗАДАНИЙ

*олимпиады школьников
«ЛОМОНОСОВ»
по механике и математическому
моделированию*

2015/2016 учебный год

**Олимпиада школьников «Ломоносов» 2015/2016 учебного года
по механике и математическому моделированию**

ЗАДАНИЕ ОЛИМПИАДЫ

Отборочный этап 1

10-11 класс

Во всех задачах требуется дать только ответ (решение присылать не нужно). Ответом на каждую из задач является целое число или десятичная дробь, имеющая не более двух знаков после запятой. В случае, когда количество знаков после запятой оказывается больше, дробь нужно округлить до сотых по правилам округления.

::1.1:: Два туриста — один на мотоцикле параллельно берегу реки, другой на моторной лодке по реке - одновременно начали движение от пристани А, доехали до пристани В, развернулись и одновременно прибыли в исходный пункт своего маршрута, проехав при этом одинаковые расстояния. Мотоциклист двигался со скоростью $V = 12$ м/с, скорость течения реки $U = 2,5$ м/с. Найдите скорость моторной лодки в стоячей воде (в метрах в секунду), считая время, потраченное на развороты, одинаковым.

{=12,5}

::1.2:: Два туриста — один на велосипеде параллельно берегу реки, другой на моторной лодке по реке - одновременно начали движение от пристани А, доехали до пристани В, развернулись и одновременно прибыли в исходный пункт своего маршрута, проехав при этом одинаковые расстояния. Велосипедист двигался со скоростью $V = 7,5$ м/с, скорость течения реки $U = 2$ м/с. Найдите скорость моторной лодки в стоячей воде (в метрах в секунду), считая время, потраченное на развороты, одинаковым.

{=8}

::1.3:: Два туриста — один на велосипеде параллельно берегу реки, другой на моторной лодке по реке - одновременно начали движение от пристани А, доехали до пристани В, развернулись и одновременно прибыли в исходный пункт своего маршрута, проехав при этом одинаковые расстояния. Велосипедист двигался со скоростью $V = 6$ м/с, скорость течения реки $U = 1,25$ м/с. Найдите скорость моторной лодки в стоячей воде (в метрах в секунду), считая время, потраченное на развороты, одинаковым.

{=6,25}

::1.4:: Два туриста — один на велосипеде параллельно берегу реки, другой на моторной лодке по реке - одновременно начали движение от пристани А, доехали до пристани В, развернулись и одновременно прибыли в исходный пункт своего маршрута, проехав при этом одинаковые расстояния. Велосипедист двигался со скоростью $V = 3,75$ м/с, скорость течения реки $U = 1$ м/с. Найдите скорость моторной лодки в стоячей воде (в метрах в секунду), считая время, потраченное на развороты, одинаковым.

{=4}

::1.5:: Два туриста — один на велосипеде параллельно берегу реки, другой на моторной лодке по реке - одновременно начали движение от пристани А, доехали до пристани В, развернулись и одновременно прибыли в исходный пункт своего маршрута, проехав при этом одинаковые расстояния. Велосипедист двигался со скоростью $V = 6$ м/с, скорость течения реки $U = 0,875$ м/с. Найдите скорость моторной лодки в стоячей воде (в метрах в секунду), считая время, потраченное на развороты, одинаковым.

{=6,13}

::1.6:: Два туриста — один на мотоцикле параллельно берегу реки, другой на моторной лодке по реке - одновременно начали движение от пристани А, доехали до пристани В, развернулись и одновременно прибыли в исходный пункт своего маршрута, проехав при этом одинаковые расстояния. Мотоциклист двигался со скоростью $V = 10$ м/с, скорость течения реки $U = 1,125$ м/с. Найдите скорость моторной лодки в стоячей воде (в метрах в секунду), считая время, потраченное на развороты, одинаковым.

{=10,13}

::1.7:: Два туриста — один на велосипеде параллельно берегу реки, другой на моторной лодке по реке - одновременно начали движение от пристани А, доехали до пристани В, развернулись и одновременно прибыли в исходный пункт своего маршрута, проехав при этом одинаковые расстояния. Велосипедист двигался со скоростью $V = 4$ м/с, скорость течения реки $U = 1,5$ м/с. Найдите скорость моторной лодки в стоячей воде (в метрах в секунду), считая время, потраченное на развороты, одинаковым.

{=4,5}

::1.8:: Два туриста — один на мотоцикле параллельно берегу реки, другой на моторной лодке по реке - одновременно начали движение от пристани А, доехали до пристани В, развернулись и одновременно прибыли в исходный пункт своего маршрута, проехав при этом одинаковые расстояния. Мотоциклист двигался со скоростью $V = 8$ м/с, скорость течения реки $U = 3$ м/с. Найдите скорость моторной лодки в стоячей воде (в метрах в секунду), считая время, потраченное на развороты, одинаковым.

{=9}

::2.1:: Насос начинает набирать воду в 105-ведерную пустую бочку. В течение каждого нечетного часа он накачивает в бочку 15 ведер воды, а в течение каждого четного часа из бочки на огород выкачивает 10 с половиной ведер. Укажите номер часа (первый час имеет номер 1), в течение которого вода в бочке впервые польется через край.

{=43}

::2.2:: Насос начинает набирать воду в 120-ведерную пустую бочку. В течение каждого нечетного часа он накачивает в бочку 21 ведро воды, а в течение каждого четного часа из бочки на огород выкачивает 16 с половиной ведер. Укажите номер часа (первый час имеет номер 1), в течение которого вода в бочке впервые польется через край.

{=47}

::2.3:: Насос начинает набирать воду в 145-ведерную пустую бочку. В течение каждого нечетного часа он накачивает в бочку 15 ведер воды, а в течение каждого четного часа из бочки на огород выкачивает 8 с половиной ведер. Укажите номер часа (первый час имеет номер 1), в течение которого вода в бочке впервые польется через край.

{=43}

::2.4:: Насос начинает набирать воду в 140-ведерную пустую бочку. В течение каждого нечетного часа он накачивает в бочку 19 ведер воды, а в течение каждого четного часа из бочки на огород выкачивает 13 с половиной ведер. Укажите номер часа (первый час имеет номер 1), в течение которого вода в бочке впервые польется через край.

{=47}

::2.5:: Насос начинает набирать воду в 115-ведерную пустую бочку. В течение каждого нечетного часа он накачивает в бочку 16 ведер воды, а в течение каждого четного часа из бочки на огород выкачивает 10 с половиной ведер. Укажите номер часа (первый час имеет номер 1), в течение которого вода в бочке впервые польется через край.

{=39}

::2.6:: Насос начинает набирать воду в 100-ведерную пустую бочку. В течение каждого нечетного часа он накачивает в бочку 19 ведер воды, а в течение каждого четного

часа из бочки на огород выкачивает 14 с половиной ведер. Укажите номер часа (первый час имеет номер 1), в течение которого вода в бочке впервые польется через край.

{=39}

::3.1:: Имеются две жидкости, массы которых одинаковы. В одной из них деревянный брусок плавает, погрузившись на $\frac{3}{4}$ своего объема, а в другой — на $\frac{1}{2}$ своего объема. Эти две жидкости тщательно перемешали (суммарный объем жидкостей при этом не изменился) и поместили в смесь тот же брусок. Какая часть объема бруска останется на поверхности смеси?

{=0,38}

::3.2:: Имеются две жидкости, массы которых одинаковы. В одной из них деревянный брусок плавает, погрузившись на $\frac{3}{5}$ своего объема, а в другой — на $\frac{9}{10}$ своего объема. Эти две жидкости тщательно перемешали (суммарный объем жидкостей при этом не изменился) и поместили в смесь тот же брусок. Какая часть объема бруска останется на поверхности смеси?

{=0,25}

::3.3:: Имеются две жидкости, массы которых одинаковы. В одной из них деревянный брусок плавает, погрузившись на $\frac{2}{3}$ своего объема, а в другой — на $\frac{4}{9}$ своего объема. Эти две жидкости тщательно перемешали (суммарный объем жидкостей при этом не изменился) и поместили в смесь тот же брусок. Какая часть объема бруска останется на поверхности смеси?

{=0,44}

::3.4:: Имеются две жидкости, массы которых одинаковы. В одной из них деревянный брусок плавает, погрузившись на $\frac{1}{4}$ своего объема, а в другой — на $\frac{1}{2}$ своего объема. Эти две жидкости тщательно перемешали (суммарный объем жидкостей при этом не изменился) и поместили в смесь тот же брусок. Какая часть объема бруска останется на поверхности смеси?

{=0,63}

::3.5:: Имеются две жидкости, массы которых одинаковы. В одной из них деревянный брусок плавает, погрузившись на $\frac{3}{10}$ своего объема, а в другой — на $\frac{1}{5}$ своего объема. Эти две жидкости тщательно перемешали (суммарный объем жидкостей при этом не изменился) и поместили в смесь тот же брусок. Какая часть объема бруска останется на поверхности смеси?

{=0,75}

::3.6:: Имеются две жидкости, массы которых одинаковы. В одной из них деревянный брусок плавает, погрузившись на $\frac{3}{5}$ своего объема, а в другой — на $\frac{1}{2}$ своего объема. Эти две жидкости тщательно перемешали (суммарный объем жидкостей при этом не изменился) и поместили в смесь тот же брусок. Какая часть объема бруска останется на поверхности смеси?

{=0,45}

::3.7:: Имеются две жидкости, массы которых одинаковы. В одной из них деревянный брусок плавает, погрузившись на $\frac{3}{4}$ своего объема, а в другой — на $\frac{3}{8}$ своего объема. Эти две жидкости тщательно перемешали (суммарный объем жидкостей при этом не изменился) и поместили в смесь тот же брусок. Какая часть объема бруска останется на поверхности смеси?

{=0,44}

::3.8:: Имеются две жидкости, массы которых одинаковы. В одной из них деревянный брусок плавает, погрузившись на $\frac{3}{8}$ своего объема, а в другой — на $\frac{1}{2}$ своего объема.

Эти две жидкости тщательно перемешали (суммарный объем жидкостей при этом не изменился) и поместили в смесь тот же брусок. Какая часть объема бруска останется на поверхности смеси?

$$\{=0,56\}$$

::4.1:: На горизонтальном гладком столе расположены два тела массами 1,75 кг и 8 кг, соединенные жестким тросом, масса которого 250 г (трос параллелен поверхности стола). Эту систему тянут с постоянной силой 100 Н, приложенной к телу с большей массой и направленной параллельно тросу, так, что трос остается натянутым и параллельным поверхности стола. Найдите значение (в ньютонах) силы упругости в поперечном сечении троса, делящем длину троса в отношении 1:4, считая от тела большей массы.

$$\{=19,5\}$$

::4.2:: На горизонтальном гладком столе расположены два тела массами 1,75 кг и 8 кг, соединенные жестким тросом, масса которого 250 г (трос параллелен поверхности стола). Эту систему тянут с постоянной силой 100 Н, приложенной к телу с меньшей массой и направленной параллельно тросу, так, что трос остается натянутым и параллельным поверхности стола. Найдите значение (в ньютонах) силы упругости в поперечном сечении троса, делящем длину троса в отношении 1:4, считая от тела большей массы.

$$\{=80,5\}$$

::4.3:: На горизонтальном гладком столе расположены два тела массами 1,75 кг и 8 кг, соединенные жестким тросом, масса которого 250 г (трос параллелен поверхности стола). Эту систему тянут с постоянной силой 100 Н, приложенной к телу с большей массой и направленной параллельно тросу, так, что трос остается натянутым и параллельным поверхности стола. Найдите значение (в ньютонах) силы упругости в поперечном сечении троса, делящем длину троса в отношении 1:4, считая от тела меньшей массы.

$$\{=18\}$$

::4.4:: На горизонтальном гладком столе расположены два тела массами 1,75 кг и 8 кг, соединенные жестким тросом, масса которого 250 г (трос параллелен поверхности стола). Эту систему тянут с постоянной силой 100 Н, приложенной к телу с меньшей массой и направленной параллельно тросу, так, что трос остается натянутым и параллельным поверхности стола. Найдите значение (в ньютонах) силы упругости в поперечном сечении троса, делящем длину троса в отношении 1:4, считая от тела меньшей массы.

$$\{=82\}$$

::4.5:: На горизонтальном гладком столе расположены два тела массами 1,75 кг и 8 кг, соединенные жестким тросом, масса которого 250 г (трос параллелен поверхности стола). Эту систему тянут с постоянной силой 100 Н, приложенной к телу с большей массой и направленной параллельно тросу, так, что трос остается натянутым и параллельным поверхности стола. Найдите значение (в ньютонах) силы упругости в поперечном сечении троса, делящем длину троса в отношении 2:3, считая от тела большей массы.

$$\{=19\}$$

::4.6:: На горизонтальном гладком столе расположены два тела массами 1,75 кг и 8 кг, соединенные жестким тросом, масса которого 250 г (трос параллелен поверхности стола). Эту систему тянут с постоянной силой 100 Н, приложенной к телу с меньшей

массой и направленной параллельно тросу, так, что трос остается натянутым и параллельным поверхности стола. Найдите значение (в ньютонах) силы упругости в поперечном сечении троса, делящем длину троса в отношении 2:3, считая от тела большей массы.

$$\{=81\}$$

::4.7:: На горизонтальном гладком столе расположены два тела массами 1,75 кг и 8 кг, соединенные жестким тросом, масса которого 250 г (трос параллелен поверхности стола). Эту систему тянут с постоянной силой 100 Н, приложенной к телу с большей массой и направленной параллельно тросу, так, что трос остается натянутым и параллельным поверхности стола. Найдите значение (в ньютонах) силы упругости в поперечном сечении троса, делящем длину троса в отношении 2:3, считая от тела меньшей массы.

$$\{=18,5\}$$

::4.8:: На горизонтальном гладком столе расположены два тела массами 1,75 кг и 8 кг, соединенные жестким тросом, масса которого 250 г (трос параллелен поверхности стола). Эту систему тянут с постоянной силой 100 Н, приложенной к телу с меньшей массой и направленной параллельно тросу, так, что трос остается натянутым и параллельным поверхности стола. Найдите значение (в ньютонах) силы упругости в поперечном сечении троса, делящем длину троса в отношении 2:3, считая от тела меньшей массы.

$$\{=81,5\}$$

::5.1:: На плоскости лежат три мяча, попарно касаясь друг друга. Эти мячи также касаются данной плоскости в трех точках, являющихся вершинами треугольника со сторонами 10 см и 15 см и углом 60 градусов между этими сторонами. Найдите радиус самого большого из этих мячей, если все они имеют форму шара. Ответ дайте в сантиметрах, при необходимости округлив его до двух знаков после запятой.

$$\{=9,92\}$$

::5.2:: На плоскости лежат три мяча, попарно касаясь друг друга. Эти мячи также касаются данной плоскости в трех точках, являющихся вершинами треугольника со сторонами 10 см и 15 см и углом 60 градусов между этими сторонами. Найдите радиус самого маленького из этих мячей, если все они имеют форму шара. Ответ дайте в сантиметрах, при необходимости округлив его до двух знаков после запятой.

$$\{=4,41\}$$

::5.3:: На плоскости лежат три мяча, попарно касаясь друг друга. Эти мячи также касаются данной плоскости в трех точках, являющихся вершинами треугольника со сторонами 8 см и 12 см и углом 120 градусов между этими сторонами. Найдите радиус самого большого из этих мячей, если все они имеют форму шара. Ответ дайте в сантиметрах, при необходимости округлив его до двух знаков после запятой.

$$\{=13,08\}$$

::5.4:: На плоскости лежат три мяча, попарно касаясь друг друга. Эти мячи также касаются данной плоскости в трех точках, являющихся вершинами треугольника со сторонами 8 см и 12 см и углом 120 градусов между этими сторонами. Найдите радиус самого маленького из этих мячей, если все они имеют форму шара. Ответ дайте в сантиметрах, при необходимости округлив его до двух знаков после запятой.

$$\{=2,75\}$$

::5.5:: На плоскости лежат три мяча, попарно касаясь друг друга. Эти мячи также касаются данной плоскости в трех точках, являющихся вершинами треугольника со

сторонами 8 см и 12 см и углом 60 градусов между этими сторонами. Найдите радиус самого большого из этих мячей, если все они имеют форму шара. Ответ дайте в сантиметрах, при необходимости округлив его до двух знаков после запятой.

{=7,94}

::5.6:: На плоскости лежат три мяча, попарно касаясь друг друга. Эти мячи также касаются данной плоскости в трех точках, являющихся вершинами треугольника со сторонами 8 см и 12 см и углом 60 градусов между этими сторонами. Найдите радиус самого маленького из этих мячей, если все они имеют форму шара. Ответ дайте в сантиметрах, при необходимости округлив его до двух знаков после запятой.

{=3,53}

::5.7:: На плоскости лежат три мяча, попарно касаясь друг друга. Эти мячи также касаются данной плоскости в трех точках, являющихся вершинами треугольника со сторонами 10 см и 15 см и углом 120 градусов между этими сторонами. Найдите радиус самого большого из этих мячей, если все они имеют форму шара. Ответ дайте в сантиметрах, при необходимости округлив его до двух знаков после запятой.

{=16,35}

::5.8:: На плоскости лежат три мяча, попарно касаясь друг друга. Эти мячи также касаются данной плоскости в трех точках, являющихся вершинами треугольника со сторонами 10 см и 15 см и углом 120 градусов между этими сторонами. Найдите радиус самого маленького из этих мячей, если все они имеют форму шара. Ответ дайте в сантиметрах, при необходимости округлив его до двух знаков после запятой.

{=3,44}

::6.1:: Исследователи приблизились к незнакомой планете и спустились в ее атмосферу на стратостате, остановившись на высоте 100 км. Эксперименты показали, что атмосфера однородна, а сила сопротивления, действующая на движущееся в атмосфере тело, пропорциональна квадрату его скорости и площади поперечного сечения. Исследователи отпустили небольшое тело вертикально вниз без начальной скорости и заметили, что оно отделилось от стратостата на 1 метр за 0.5 сек, и достигло поверхности планеты за 30 минут. Оцените, за какое время достигнет поверхности планеты тело той же формы, сделанное из того же материала, все линейные размеры которого в 4 раза меньше. Ответ укажите в минутах.

{=60}

::6.2:: Метеорологи одной далекой планеты начали изучать окружающую их атмосферу. Они поднялись на стратостате на высоту 80 км и остановились. Выяснилось, что атмосфера однородна, а сила сопротивления, действующая на движущееся в атмосфере тело, пропорциональна квадрату его скорости и площади поперечного сечения. Ученые отпустили небольшое тело вертикально вниз без начальной скорости и заметили, что оно отделилось от стратостата на 1 метр за 0.3 сек, и достигло поверхности планеты за 30 минут. Оцените, за какое время достигнет поверхности планеты тело той же формы, сделанное из того же материала, все линейные размеры которого в 4 раза меньше. Ответ укажите в минутах.

{=60}

::6.3:: Исследователи приблизились к незнакомой планете и спустились в ее атмосферу на стратостате, остановившись на высоте 150 км. Эксперименты показали, что атмосфера однородна, а сила сопротивления, действующая на движущееся в атмосфере тело, пропорциональна квадрату его скорости и площади поперечного сечения. Исследователи отпустили небольшое тело вертикально вниз без начальной скорости и заметили, что оно отделилось от стратостата на 1 метр за 1 сек, и достигло поверхности

планеты за 1 час. Оцените, за какое время достигнет поверхности планеты тело той же формы, сделанное из того же материала, все линейные размеры которого в 4 раза меньше. Ответ укажите в минутах.

{=120}

::6.4:: Метеорологи одной далекой планеты начали изучать окружающую их атмосферу. Они поднялись на стратостате на высоту 160 км и остановились. Выяснилось, что атмосфера однородна, а сила сопротивления, действующая на движущееся в атмосфере тело, пропорциональна квадрату его скорости и площади поперечного сечения. Ученые отпустили небольшое тело вертикально вниз без начальной скорости и заметили, что оно отделилось от стратостата на 1 метр за 0.6 сек, и достигло поверхности планеты за 1 час. Оцените, за какое время достигнет поверхности планеты тело той же формы, сделанное из того же материала, все линейные размеры которого в 4 раза меньше. Ответ укажите в минутах.

{=120}