

# ЛОМОНОСОВ – 2013. МЕХАНИКА

## 9 класс

### Краткие решения и критерии оценки задач заочного тура

1. Обычно школьник Гаврила за минуту поднимается по движущемуся вверх эскалатору, стоя на его ступеньке. Но если Гаврила опаздывает, он бежит вверх по работающему эскалатору и экономит таким образом 36 секунд. Сегодня у эскалатора столпилось много народа, и Гаврила решил пробежать по соседнему неработающему эскалатору. Сколько времени займет у него такой подъем, если он при беге по эскалатору всегда прикладывает одно и то же усилие?

**Решение.** Примем длину эскалатора за единицу. Пусть  $V$  – скорость движения эскалатора, а  $U$  – скорость движения Гаврилы относительно него. Тогда условие задачи можно записать так:

$$\begin{cases} 1 = V \cdot 60 \\ 1 = (V + U) \cdot (60 - 36) \end{cases}$$

Искомое время определяется из соотношения  $1 = U \cdot t$ . Из системы получаем  $V = \frac{1}{60}$ ;  $U + V = \frac{1}{24}$ ;

$$U = \frac{1}{24} - \frac{1}{60} = \frac{1}{40}. \text{ Поэтому } t = 40 \text{ секунд.}$$

**Ответ:** 40 секунд.

**Критерии: 20 баллов** – полное и правильное решение, **15 баллов** – верный ход решения, однако допущена арифметическая ошибка; **10 баллов** – верно составлена система уравнений, но ответ не получен; **0 баллов** – все остальное.

2. Глобус имеет диаметр 20 см. Определите примерную площадь, которую занимает на этом глобусе территория России. Все недостающие для решения задачи данные найдите в справочниках.

**Решение.** Из справочника находим  $S_{\text{России}} = 17098246 \text{ кв. км} = 17,1 \cdot 10^{12} \text{ кв. м}$ ,  $R_{\text{Земли}} = 6371 \text{ км}$   
 $= 637 \cdot 10^4 \text{ м}$ . Коэффициент подобия:  $k = \frac{R_{\text{глоб.}}}{R_{\text{Земли}}} = \frac{10^{-1}}{637 \cdot 10^4} = \frac{10^{-5}}{637}$ . Значит,  $\frac{x}{S_{\text{России}}} = k^2$ ;

$$x = k^2 \cdot S_{\text{России}} = \left( \frac{10^{-5}}{637} \right)^2 \cdot 17,1 \cdot 10^{12} \text{ кв. м} = 4,21 \cdot 10^{-3} \text{ кв. м} = 42 \text{ кв. см.}$$

**Ответ:** 42 кв. см.

**Критерии: 20 баллов** – верное (не обязательно такое, как выше) решение + правильный ответ; **10 баллов** – идейно верное решение, но ответ отличается заметно (на 5 кв. см. или больше) из-за грубых ошибок округления или вычисления; **5 баллов** – идейно верное решение (площади относятся как квадрат коэффициента подобия), но ответ отличается в 2 раза или больше; **0 баллов** – все остальное.

3. Гиря изготовлена из сплава четырех металлов и весит 16,3 кг. Вес первого металла в этом сплаве в полтора раза больше, чем второго, вес второго металла относится к весу третьего как 3 : 4, а вес третьего к весу четвертого – как 5 : 6. Определите вес четвертого металла.

**Решение.** Обозначив вес второго металла через  $x$ , выразить через  $x$  остальные веса. Получится вес первого металла:  $1,5x$ ; вес третьего:  $\frac{4}{3}x$ ; вес четвертого:  $\frac{24}{15}x$ . Удобно избавиться от знаменателей. Тогда

вес металлов соответственно равен:  $45a$ ;  $30a$ ;  $40a$ ;  $48a$ . В сумме это даст  $163a$  или 16,3 кг. Поэтому  $a = 0,1$ , и металлы соответственно весят 4,5 кг; 3 кг; 4 кг; 4,8 кг.

**Ответ:** 4,8 кг.

**Критерии:** **20 баллов** – верное решение (не обязательно такое, как выше); **10 баллов** – получено верное уравнение (или система уравнений), но допущены ошибки при его решении; **0 баллов** – все остальное.

**4.** После того как к буксиру, толкающему баржу, добавили еще один буксир, они стали толкать баржу с удвоенной силой. Как изменится мощность, затрачиваемая на движение, если сопротивление воды пропорционально квадрату скорости движения баржи?

**Решение.** Так как баржа движется с постоянной скоростью, сила тяги буксиров уравнивается силой сопротивления. При увеличении силы тяги вдвое в то же количество раз возрастает сила сопротивления, следовательно, скорость баржи возросла в  $\sqrt{2}$  раз. Мощность есть произведение силы на скорость, т.е. мощность возросла в  $2\sqrt{2}$  раз.

**Ответ:** возросла в  $2\sqrt{2}$  раз.

**Критерии:** **20 баллов** – полное и правильное решение; **10 баллов** – определена и обоснована скорость баржи при буксировке двумя буксирами; **0 баллов** – все остальное.

**5.** Возьмите линейку и положите ее концы плашмя на указательные пальцы двух вытянутых перед собой рук. Если теперь двигать пальцы навстречу друг другу, то они встретятся примерно в середине линейки. Если же положить середину линейки на сведенные вместе указательные пальцы и пытаться двигать пальцы друг от друга к концам линейки, то один палец будет двигаться от центра, а второй – нет. Почему?

**Ответ:** При движении от центра один палец всегда стартует чуть быстрее и обгоняет второй. Поэтому над вторым оказывается всё большая часть веса линейки, и из-за трения он не может двигаться. Первому же пальцу, наоборот, всё легче и легче. При движении к центру, если один из пальцев оказывается ближе к центру масс, чем другой, на него начинает действовать большая сила трения, в результате чего он замедляется и останавливается. При этом начинает двигаться второй палец, пока не окажется ближе первого к центру масс. Таким образом, центр масс всегда находится между пальцами.

**Критерии:** **20 баллов** – верное обоснование явления; **15 баллов** – в основном верное обоснование с небольшими недочетами; **10 баллов** – верная идея обоснования; **0 баллов** – все остальное.