

Олимпиада школьников Ломоносов–2012 по механике

Вариант 121

1. Мотоциклист и велосипедист равномерно передвигаются по двум находящимся на плоскости пересекающимся прямолинейным трассам: каждый по своей. В 12:00 мотоциклист, велосипедист и точка пересечения трасс находились в различных вершинах правильного треугольника. В 13:00 мотоциклист, движущийся со скоростью 70 км/ч, пересёк вторую трассу. Велосипедист пересёк первую трассу в 14:00. Найдите все моменты времени от 07:00 до 18:00, когда расстояние между спортсменами равно 245 км.

2. Наблюдения, проводимые с МКС за движением системы двух шарообразных различного радиуса астероидов, показали следующие результаты. В системе координат, связанной с большим астероидом, малый вращается по круговой орбите на расстоянии от поверхности большого астероида, равном его (большого астероида) радиусу. Кроме этого выяснилось, что за земные сутки было совершено 6 полных оборотов малого астероида. Используя эти данные, приближенно вычислите плотность большого астероида. Считайте гравитационную постоянную приблизительно равной  $2\pi \cdot 10^{-11} \text{ кг}^{-1} \text{ м}^3 \text{ с}^{-2}$ . Влиянием малого астероида на движение большого пренебречь.

3. Тепловая машина «Ломоносов», рабочим телом в которой является идеальный газ, работает по следующему циклу. Из состояния 1 газ изохорически нагревается до состояния 2, адиабатически расширяется до состояния 3, в котором давление такое же, как и в состоянии 1. После этого происходит изохорическое понижение давления до состояния 4, из которого цикл замыкается адиабатическим сжатием. КПД этой машины  $\eta_0$ . КПД машины «Авогадро», работающей по циклу 1-2-3-1, отличается от КПД машины «Ломоносов» на  $\alpha\%$ . Определите КПД машины «Больцман», работающей по циклу 1-3-4-1. При каких допустимых значениях  $\alpha$  машина «Ломоносов» имеет наибольший КПД среди перечисленных машин?

4. К шарниру, жестко закрепленному в начале системы координат  $OXY$ , привязаны три троса. В 11:00 все они были направлены вдоль оси  $OX$ , а затем их направления изменяются со временем  $t$  и составляют с положительным направлением оси  $OX$  углы  $3\pi t/8$ ,  $5\pi t/8$  и  $7\pi t/8$  соответственно, откладываемые против часовой стрелки ( $t$  — время, которое измеряется в часах и отсчитывается от 11:00). К каждому из тросов приложена растягивающая сила величиной 1 Н. Через какое-то время ученый измерил значения проекций этих трех сил на ось  $OY$ . Этот набор из трех чисел оказался таким же, как у другого ученого, который в этот же момент измерял проекции сил на ось  $OX$ . Определите все моменты времени с 12:00 до 14:00 того же дня, когда это могло произойти.

5. Материальная точка начинает тормозить, двигаясь по прямой, и останавливается, пройдя некоторое расстояние. При этом скорость является линейной функцией координаты. Половина тормозного пути была пройдена за время  $\tau$ . За какое время пройдено  $3/4$  тормозного пути?

6. Точечная цель движется по прямой по закону  $x(t) = 1,2t - 0,064t^3$ , где  $t$  — время в секундах ( $t \geq 0$ ),  $x(t)$  — координата цели, ось  $x$  направлена вправо. Снайпер видит цель, только когда она находится правее точки  $x = 1$ . Успеет ли он её поразить, если на прицеливание и выстрел у него уходит 2,5 секунды?

Олимпиада школьников Ломоносов–2012 по механике

Вариант 122

1. Велосипедист и марафонец равномерно передвигаются по двум находящимся на плоскости пересекающимся прямолинейным трассам: каждый по своей. В 13:50 велосипедист, марафонец и точка пересечения трасс находились в различных вершинах правильного треугольника. В 14:00 велосипедист пересёк вторую трассу. Марафонец, движущийся со скоростью 200 м/мин, пересёк первую трассу в 14:10. Найдите все моменты времени от 13:00 до 16:00, когда расстояние между спортсменами равно 14 км.

2. Наблюдения, проводимые с МКС за движением системы двух шарообразных различного радиуса астероидов, показали следующие результаты. В системе координат, связанной с большим астероидом, малый вращается по круговой орбите на расстоянии от поверхности большого астероида, равном его (большого астероида) радиусу. Кроме этого выяснилось, что за земные сутки было совершено 8 полных оборотов малого астероида. Используя эти данные, приближенно вычислите плотность большого астероида. Считайте гравитационную постоянную приблизительно равной  $2\pi \cdot 10^{-11} \text{ кг}^{-1} \text{ м}^3 \text{ с}^{-2}$ . Влиянием малого астероида на движение большого пренебречь.

3. Тепловая машина «Ломоносов», рабочим телом в которой является идеальный газ, работает по следующему циклу. Из состояния 1 газ адиабатически расширяется до состояния 2, затем изобарически сжимается до состояния 3, в котором объем такой же, как и в состоянии 1. После этого происходит адиабатическое сжатие до состояния 4, из которого цикл замыкается изобарическим нагревом. КПД этой машины  $\eta_0$ . КПД машины «Фаренгейт», работающей по циклу 1-3-4-1, отличается от КПД машины «Ломоносов» на  $\beta\%$ . Определите КПД машины «Шарль», работающей по циклу 1-2-3-1. При каких допустимых значениях  $\beta$  машина «Ломоносов» имеет наибольший КПД среди перечисленных машин?

4. К шарниру, жестко закрепленному в начале системы координат  $OXY$ , привязаны три троса. В 12:00 все они были направлены вдоль оси  $OX$ , а затем их направления изменяются со временем  $t$  и составляют с положительным направлением оси  $OX$  углы  $\pi t/7$ ,  $3\pi t/7$  и  $5\pi t/7$  соответственно, откладываемые против часовой стрелки ( $t$  — время, которое измеряется в часах и отсчитывается от 12:00). К каждому из тросов приложена растягивающая сила величиной 1 Н. Через какое-то время ученый измерил значения проекций этих трех сил на ось  $OY$ . Этот набор из трех чисел оказался таким же, как у другого ученого, который в этот же момент измерял проекции сил на ось  $OX$ . Определите все моменты времени с 13:00 до 18:00 того же дня, когда это могло произойти.

5. Материальная точка начинает тормозить, двигаясь по прямой, и останавливается, пройдя некоторое расстояние. При этом скорость является линейной функцией координаты. За время  $\tau$  точка прошла  $2/3$  тормозного пути. За какое время пройдено  $8/9$  тормозного пути?

6. Точечная цель движется по прямой по закону  $x(t) = 0,6t - 0,008t^3$ , где  $t$  — время в секундах ( $t \geq 0$ ),  $x(t)$  — координата цели, ось  $x$  направлена вправо. Охотник видит цель, только когда она находится правее точки  $x = 1$ . Успеет ли он её поразить, если на прицеливание и выстрел у него уходит 5 секунд?

10 марта 2012 года

г. Москва

Олимпиада школьников Ломоносов–2012 по механике

Вариант 123

1. Автомобиль и мотоцикл равномерно передвигаются по двум находящимся на плоскости пересекающимся прямолинейным трассам: каждый по своей. В 14:00 автомобиль, мотоцикл и точка пересечения трасс находились в различных вершинах правильного треугольника. В 15:00 автомобиль, движущийся со скоростью 120 км/ч, пересёк вторую трассу. Мотоцикл пересёк первую трассу в 16:00. Найдите все моменты времени от 10:00 до 21:00, когда расстояние между автомобилем и мотоциклом равно 420 км.

2. Наблюдения, проводимые с МКС за движением системы двух шарообразных различного радиуса астероидов, показали следующие результаты. В системе координат, связанной с большим астероидом, малый вращается по круговой орбите на расстоянии от поверхности большого астероида, равном его (большого астероида) радиусу. Кроме этого выяснилось, что за земные сутки было совершено 10 полных оборотов малого астероида. Используя эти данные, приближенно вычислите плотность большого астероида. Считайте гравитационную постоянную приблизительно равной  $2\pi \cdot 10^{-11} \text{ кг}^{-1} \text{ м}^3 \text{ с}^{-2}$ . Влиянием малого астероида на движение большого пренебречь.

3. Тепловая машина «Ломоносов», рабочим телом в которой является идеальный газ, работает по следующему циклу. Из состояния 1 газ изохорически нагревается до состояния 2, изотермически расширяется до состояния 3, в котором давление такое же, как и в состоянии 1. После этого происходит изохорическое понижение давления до состояния 4, из которого цикл замыкается изотермическим сжатием. КПД этой машины  $\eta_0$ . КПД машины «Бойль», работающей по циклу 1-2-3-1, отличается от КПД машины «Ломоносов» на  $m\%$ . Определите КПД машины «Мариотт», работающей по циклу 1-3-4-1. При каких допустимых значениях  $m$  машина «Ломоносов» имеет наибольший КПД среди перечисленных машин?

4. К шарниру, жестко закрепленному в начале системы координат  $OXY$ , привязаны три троса. В 13:00 все они были направлены вдоль оси  $OX$ , а затем их направления изменяются со временем  $t$  и составляют с положительным направлением оси  $OX$  углы  $3\pi t/4$ ,  $5\pi t/7$  и  $7\pi t/4$  соответственно, откладываемые против часовой стрелки ( $t$  — время, которое измеряется в часах и отсчитывается от 13:00). К каждому из тросов приложена растягивающая сила величиной 1 Н. Через какое-то время ученый измерил значения проекций этих трех сил на ось  $OY$ . Этот набор из трех чисел оказался таким же, как у другого ученого, который в этот же момент измерял проекции сил на ось  $OX$ . Определите все моменты времени с 15:00 до 17:00 того же дня, когда это могло произойти.

5. Материальная точка начинает тормозить, двигаясь по прямой, и останавливается, пройдя некоторое расстояние. При этом скорость является линейной функцией координаты. За время  $\tau$  точка прошла  $1/4$  тормозного пути. За какое время пройдено  $7/16$  тормозного пути?

6. Точечная цель движется по прямой по закону  $x(t) = 1,2t - 0,064t^3$ , где  $t$  — время в секундах ( $t \geq 0$ ),  $x(t)$  — координата цели, ось  $x$  направлена вправо. Снайпер видит цель, только когда она находится правее точки  $x = 1$ . Успеет ли он её поразить, если на прицеливание и выстрел у него уходит 2,5 секунды?

Олимпиада школьников Ломоносов–2012 по механике

Вариант 124

1. Бегун и пешеход равномерно передвигаются по двум находящимся на плоскости пересекающимся прямолинейным трассам: каждый по своей. В 11:50 бегун, пешеход и точка пересечения трасс находились в различных вершинах правильного треугольника. В 12:00 бегун пересёк вторую трассу. Пешеход, движущийся со скоростью 100 м/мин, пересёк первую трассу в 12:10. Найдите все моменты времени от 11:00 до 14:00, когда расстояние между бегуном и пешеходом равно 7 км.

2. Наблюдения, проводимые с МКС за движением системы двух шарообразных различного радиуса астероидов, показали следующие результаты. В системе координат, связанной с большим астероидом, малый вращается по круговой орбите на расстоянии от поверхности большого астероида, равном его (большого астероида) радиусу. Кроме этого выяснилось, что за земные сутки было совершено 7 полных оборотов малого астероида. Используя эти данные, приблизительно вычислите плотность большого астероида. Считайте гравитационную постоянную приблизительно равной  $2\pi \cdot 10^{-11} \text{ кг}^{-1} \text{ м}^3 \text{ с}^{-2}$ . Влиянием малого астероида на движение большого пренебречь.

3. Тепловая машина «Ломоносов», рабочим телом в которой является идеальный газ, работает по следующему циклу. Из состояния 1 газ адиабатически охлаждается до состояния 2, затем изобарически сжимается до состояния 3, в котором объём такой же, как и в состоянии 1. После этого происходит адиабатическое сжатие до состояния 4, из которого цикл замыкается изобарическим нагревом. КПД этой машины  $\eta_0$ . КПД машины «Кельвин», работающей по циклу 1-3-4-1, отличается от КПД машины «Ломоносов» на  $k\%$ . Определите КПД машины «Пуассон», работающей по циклу 1-2-3-1. При каких допустимых значениях  $k$  машина «Ломоносов» имеет наибольший КПД среди перечисленных машин?

4. К шарниру, жестко закрепленному в начале системы координат  $OXY$ , привязаны три троса. В 14:00 все они были направлены вдоль оси  $OX$ , а затем их направления изменяются со временем  $t$  и составляют с положительным направлением оси  $OX$  углы  $\pi t/4$ ,  $3\pi t/7$  и  $5\pi t/4$  соответственно, откладываемые против часовой стрелки ( $t$  — время, которое измеряется в часах и отсчитывается от 14:00). К каждому из тросов приложена растягивающая сила величиной 1 Н. Через какое-то время ученый измерил значения проекций этих трех сил на ось  $OY$ . Этот набор из трех чисел оказался таким же, как у другого ученого, который в этот же момент измерял проекции сил на ось  $OX$ . Определите все моменты времени с 18:00 до 20:00 того же дня, когда это могло произойти.

5. Материальная точка начинает тормозить, двигаясь по прямой, и останавливается, пройдя некоторое расстояние. При этом скорость является линейной функцией координаты. За время  $\tau$  точка прошла  $1/3$  тормозного пути. За какое время пройдено  $5/9$  тормозного пути?

6. Точечная цель движется по прямой по закону  $x(t) = 0,6t - 0,008t^3$ , где  $t$  — время в секундах ( $t \geq 0$ ),  $x(t)$  — координата цели, ось  $x$  направлена вправо. Охотник видит цель, только когда она находится правее точки  $x = 1$ . Успеет ли он её поразить, если на прицеливание и выстрел у него уходит 5 секунд?

10 марта 2012 года

г. Москва