

Задания отборочного этапа олимпиады школьников "Ломоносов" по
робототехнике 2019/2020,

8-9 классы

Задания и решения

№1 Два шагающих робота, находясь на расстоянии 27 м друг от друга, стартуют одновременно навстречу друг другу. Через 3 минуты расстояние между ними равно 6 м.

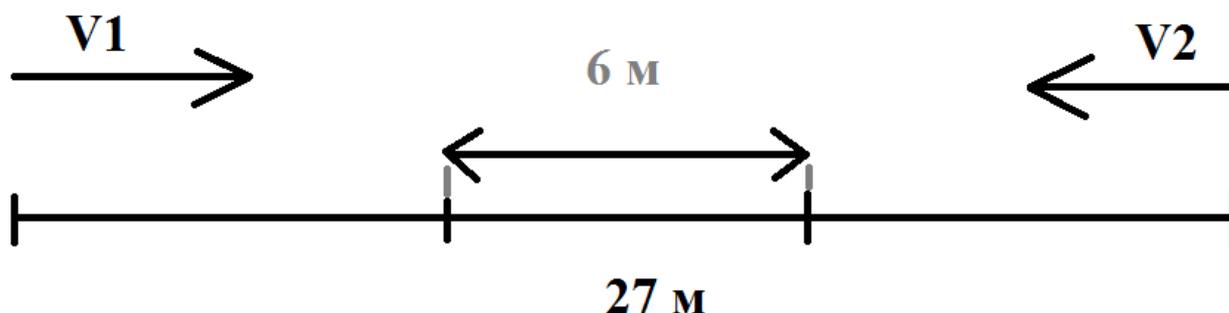
Первый робот делает 6 шагов в минуту, второй робот – 7 шагов в минуту. Длина шага второго робота в 2 раза больше длины шага первого робота.

Какое расстояние будет между роботами через 4 минуты, если они стартуют одновременно из одной точки в противоположных направлениях?

Ответ дайте в метрах, если ответов несколько укажите их через запятую

Решение:

Данная задача имеет два решения, поскольку из условия задачи не определено, успели ли роботы за 3 минуты встретиться друг с другом.



1 случай

Роботы не успели встретиться за 3 минуты.

Тогда за 3 минуты роботы прошли

$$27 - 6 = 21 \text{ м}$$

Получается, что за 1 минуту роботы сблизятся на

$$21 : 3 = 7 \text{ метров}$$

Тогда за 4 минуты роботы пройдут

$$7 \times 4 = 28 \text{ м}$$

2 случай

Роботы успели встретиться за 3 минуты

Тогда за 3 минуты работы прошли

$$27+6 = 33 \text{ м}$$

Получается, что за 1 минуту работы сблизятся на

$$33:3 = 11 \text{ метров}$$

Тогда за 4 минуты работы пройдут

$$11 \times 4 = 44 \text{ м}$$

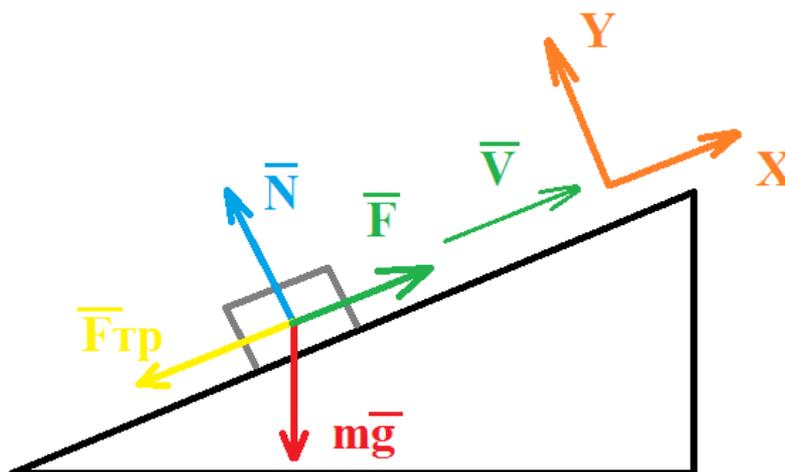
Ответ: 28 м и 44 м.

№2 Робот-танк на гусеничной платформе поднимается на холм по наклонной плоскости с постоянной скоростью $V=5$ см/с. Масса робота равна $m=2$ кг, угол при основании наклонной плоскости равен $\alpha=30^\circ$, высота холма $h=2$ м. Коэффициент трения $\mu=0,63$. Считайте, что мощность робота не ограничивает время движения, сопротивлением воздуха можно пренебречь. Определите, какова сила тяги, развиваемая моторами робота. Ускорение свободного падения примите равным $9,81$ м/с². Ответ дайте в ньютонах, ответ округлите до десятых.

Ответ: 20,5 Н

Решение:

Сделаем чертеж:



Запишем уравнение сил, приложенных к роботу:

$$\bar{N} + m\bar{g} + \bar{F} + \bar{F}_{\text{тр}} = m\bar{a}$$

Поскольку робот поднимается по наклонной плоскости с постоянной скоростью, то ускорение робота равно 0.

Запишем уравнение сил в проекциях на оси координат:

$$OX: 0 - mg \sin \alpha + F - F_{\text{тр}} = 0$$

$$OY: N - mg \cos \alpha + 0 + 0 = 0$$

Получаем, что

$$N = mg \cos \alpha$$

Поскольку

$$F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg \cos \alpha$$

То мы получаем, что

$$F = F_{\text{тр}} + mg \sin \alpha = \mu mg \cos \alpha + mg \sin \alpha = mg(\mu \cos \alpha + \sin \alpha)$$

Подставим значения и подсчитаем:

$$\begin{aligned} F &= mg(\mu \cos \alpha + \sin \alpha) = 2 \times 9,81 \times (0,63 \times \cos 30^\circ + \sin 30^\circ) = \\ &= 2 \times 9,81 \times (0,63 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 0,5) \approx 20,5 \text{ Н} \end{aligned}$$

Ответ: 20,5 Н.

№3 Для управления квадрокоптером «АУ-01» используется пульт с двумя джойстиками, каждый из которых может занимать по 4 положения (см. Рисунок №1).

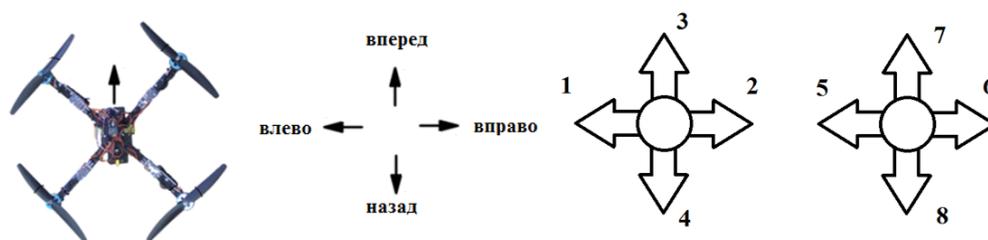


Рисунок №1

Направление стрелки указывает направление «вперед» для квадрокоптера. В случае, если один джойстик занимает новое положение, прежние положения другого джойстика возвращаются в нейтральное. Квадрокоптер «АУ-01» одновременно может выполнять только одно из 8 возможных действий.

В зависимости от того, какое положение на пульте управления будут занимать джойстики, квадрокоптер будет выполнять определенное действие (см. Таблица №1)

№ положения джойстика	Действие квадрокоптера «АУ-01»
1	Движение влево со скоростью 2 м/с
2	Движение вправо со скоростью 2 м/с
3	Движение вперед со скоростью 2 м/с
4	Движение назад со скоростью 2 м/с
5	Разворот налево на месте на 90° за 5 секунд
6	Разворот направо на месте на 90° за 5 секунд
7	Подъем со скоростью 0,5 м/с
8	Снижение со скоростью 0,4 м/с

Таблица №1

Квадрокоптер совершил тренировочный полет, стартовав с земли. Данные о положении джойстика заносились в Таблицу №2.

Секунда	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Положение джойстика	7	7	7	7	2	2	2	2	2	3	3	1	1	3	3	8	8	8	8	8

Таблица №2

Считайте, что изменение направления движения квадрокоптера происходит мгновенно. Ответ дайте в метрах.

3.1 Определите высоту, на которой находился квадрокоптер на шестой секунде полета.

3.2 Определите расстояние, на котором оказался квадрокоптер после окончания полета от точки старта.

3.3 Определите путь, который квадрокоптер преодолевает за время полета.

Ответ:

3.1: 2 м;

3.2: 10 м;

3.3: 26 м.

Решение:

3.1 Определите высоту, на которой находился квадрокоптер на шестой секунде полета.

Для ответа на данный вопрос проведем анализ данных из Таблицы №1 и Таблицы №2:

Секунда	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Положение джойстика	7	7	7	7	2	2	2	2	2	3	3	1	1	3	3	8	8	8	8	8

Таблица №2

№ положения джойстика	Действие квадрокоптера «АУ-01»
1	Движение влево со скоростью 2 м/с
2	Движение вправо со скоростью 2 м/с
3	Движение вперед со скоростью 2 м/с
4	Движение назад со скоростью 2 м/с
5	Разворот налево на месте на 90° за 5 секунд
6	Разворот направо на месте на 90° за 5 секунд
7	Подъем со скоростью 0,5 м/с
8	Снижение со скоростью 0,4 м/с

Таблица №1

Мы видим, что первые 4 секунды квадрокоптер поднимался со скоростью 0,5 м/с. А с пятой по девятую секунду робот двигался влево, соответственно не менял высоту.

Поскольку квадрокоптер стартовал с земли, то за 4 секунды робот поднялся на высоту

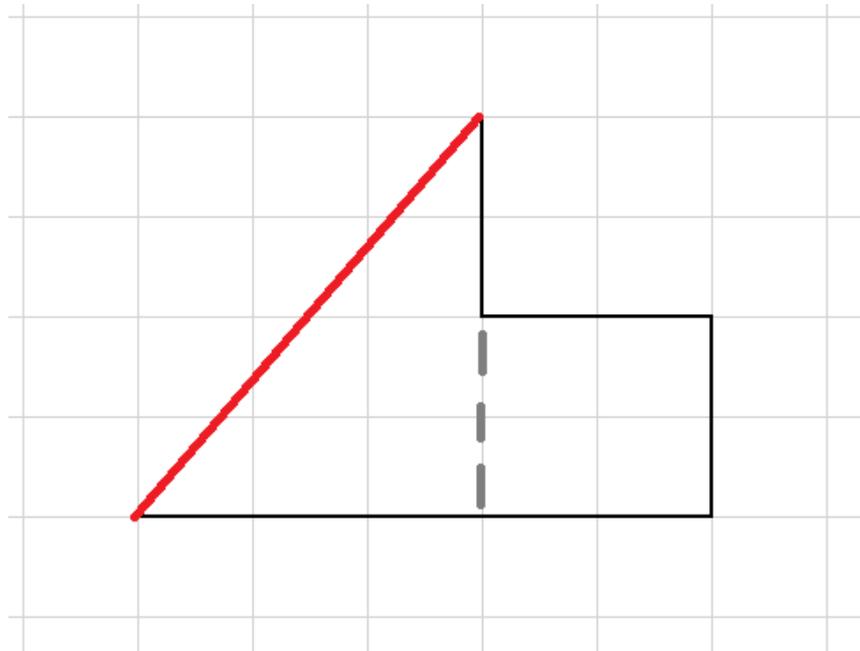
$$4 \times 0,5 = 2 \text{ м}$$

3.2 Определите расстояние, на котором оказался квадрокоптер после окончания полета от точки старта.

Для ответа на данный вопрос проведем анализ данных из Таблицы №1 и Таблицы №2. Можно заметить, что за все время полета робот в начале 4

секунды поднимался со скоростью 0,5 м/с и в конце 5 секунд спускался со скоростью 0,4 м/с. Таким образом, после полета он снова оказался на земле. Соответственно, получается, что можно рассматривать только плоскую часть траектории, поскольку она лежит в плоскости, параллельной поверхности земли.

Данное задание удобнее всего решить графически – изобразив траекторию движения квадрокоптера на листе клетчатой бумаги:



Красным цветом показано перемещение квадрокоптера из начальной точки в конечную точку. Вычислим длину этого перемещения, учтя, что длина стороны клетка равна 2 метра:

$$\sqrt{(3 \times 2)^2 + (4 \times 2)^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10 \text{ м}$$

3.3 Определите путь, который квадрокоптер преодолет за время полета.

За время полета квадрокоптер 4 секунды двигался со скоростью 0,5 м/с, 5 секунд со скоростью 0,4 м/с и 11 с со скоростью 2 м/с. Таким образом, он преодолел путь:

$$4 \times 0,5 + 11 \times 2 + 5 \times 0,4 = 2 + 22 + 2 = 26 \text{ м}$$

Ответ:

3.1: 2 м;

3.2: 10 м;

3.3: 26 м.

№4 Квадрокоптер массы m летит вдоль горизонтальной прямой (см. рис.1) с некоторой постоянной скоростью v , причем его корпус не вращается.

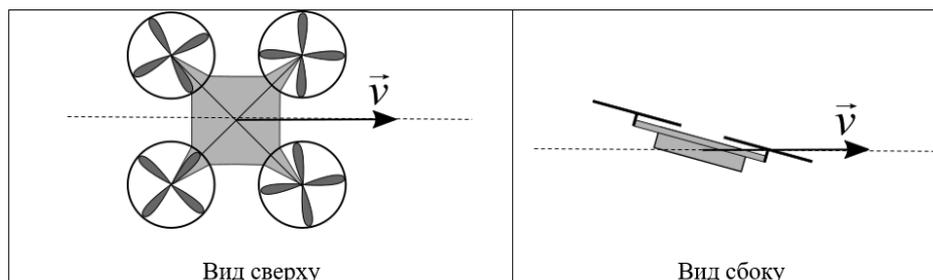


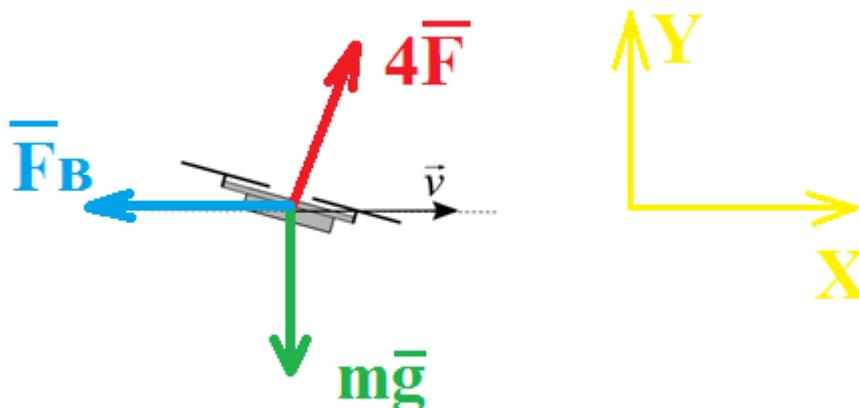
Рисунок 1.

Сила тяги, развиваемая каждым из винтов, равна kw^2 (где w – скорость вращения данного винта) и направлена перпендикулярно плоскости винта. На квадрокоптер также действует сила сопротивления со стороны воздуха, равная cv^2 и направленная против скорости движения. Определить, с какой скоростью должны вращаться винты, чтобы квадрокоптер летел со скоростью 10 м/с, если $m=0.25$ кг, $k=10^{-5}$ кг·м, $c=0.01$ кг/м, $g \approx 10$ м/с². Дайте ответ в оборотах в секунду и округлите до целых.

Ответ: 259 с⁻¹

Решение:

Сделаем рисунок:



Запишем уравнение сил, приложенных к квадрокоптеру:

$$m\bar{g} + 4\bar{F} + \bar{F}_B = m\bar{a}$$

Поскольку квадрокоптер летит с постоянной скоростью, то его ускорение равно 0.

Корпус квадрокоптера наклонен к горизонтальной плоскости на угол α .

Запишем уравнение сил в проекциях на оси координат:

$$OX: 0 + 4F \sin \alpha - F_B = 0$$

$$OY: -mg + 4F \cos \alpha + 0 = 0$$

Получаем, что

$$\cos \alpha = \frac{mg}{4F}$$

И

$$4F \sin \alpha = F_B$$

$$16 F^2 \sin^2 \alpha = F_B^2$$

Воспользуемся основным тригонометрическим тождеством, чтобы подсчитать, чему равен $(\sin \alpha)^2$:

$$(\sin \alpha)^2 = 1 - (\cos \alpha)^2 = 1 - \left(\frac{mg}{4F}\right)^2$$

Подставим

$$16 F^2 \left(1 - \left(\frac{mg}{4F}\right)^2\right) = F_B^2$$

$$16 F^2 - (mg)^2 = F_B^2$$

$$16 F^2 = (mg)^2 + F_B^2$$

$$4F = \sqrt{(mg)^2 + F_B^2}$$

$$F = \frac{1}{4} \sqrt{(mg)^2 + F_B^2}$$

Учтем, что

$$F_B = cv^2$$

$$F = kw^2$$

Подставим:

$$kw^2 = \frac{1}{4} \sqrt{(mg)^2 + (cv^2)^2}$$

$$w^2 = \frac{1}{4k} \sqrt{(mg)^2 + (cv^2)^2}$$

$$w = \frac{1}{2\sqrt{k}} \sqrt[4]{(mg)^2 + (cv^2)^2}$$

Подсчитаем

$$\begin{aligned}w &= \frac{1}{2} \sqrt[4]{\frac{(mg)^2 + (cv^2)^2}{k^2}} = \frac{1}{2} \sqrt[4]{\frac{(0,25 \times 10)^2 + (0,01 \times 100)^2}{10^{-10}}} = \\&= \frac{1}{2} \sqrt[4]{10^{10}(2,5^2 + 1)} = \frac{100}{2} \sqrt[4]{100 \times 7,25} = 50 \sqrt[4]{725} \approx 259 \text{ c}^{-1}\end{aligned}$$

Ответ: 259 c^{-1} .