

№1 (10 баллов) В коридоре около окна стоит в ряд пять стульев. Маша, Даша, Саша и Петя заняли эти стулья, причем на один из стульев они сложили портфели. Известно:

- Между Машей и Сашей есть ровно один стул;
- Между Петей и Дашей есть два или три стула;
- Ни Маша, ни Даша не сидят рядом со стулом, на котором лежат портфели;

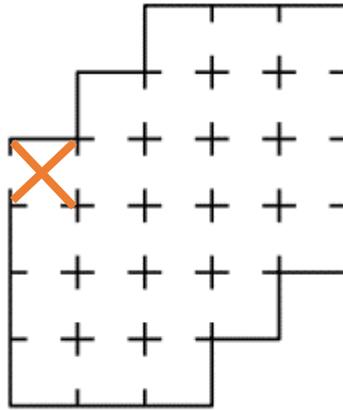
Определите, в каком порядке слева направо сидят ребята, если известно, что каждый из них занимает ровно один стул. В ответе укажите все варианты решения данной задачи.

Ответ:

- Маша, Даша, Саша, пусто (портфели), Петя
- Петя, пусто (портфели), Саша, Даша, Маша

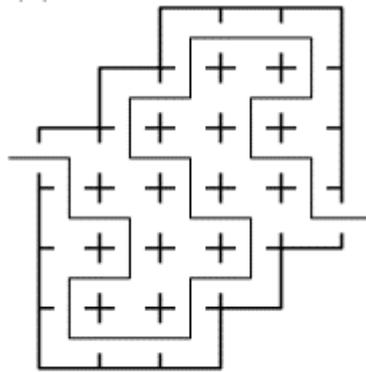
№	Критерии проверки	Баллы
1	Приведено два верных варианта решения	10
2	Приведен один вариант решения	7
3	Дан верный ответ без решения	5
4	Участник не приступил к решению	0

№2 (10 баллов) Для робототехнических соревнований собрали лабиринт (См. *план лабиринта*), в котором было 24 комнаты. Роботы должны стартовать в комнате, обозначенной крестом, посетить все комнаты лабиринта и выйти из лабиринта, побывав при этом в каждой комнате ровно один раз. Определите, как это можно сделать?



План лабиринта

Ответ:



№	Критерии проверки	Баллы
1	Приведено полностью верное решение	10
2	Допущена одна ошибка (одна из комнат не посещена или посещена дважды)	5
3	Участник не приступил к решению или допущено больше одной ошибки	0

№3 (20 баллов) На три легких прочных твердых ровных балки нанесли разметку с помощью маркера, разделив их на равные части. Балки скрепили между собой струнами. К балкам прикрепили шарики, после чего получившуюся конструкцию подвесили к потолку (см. схему №1).

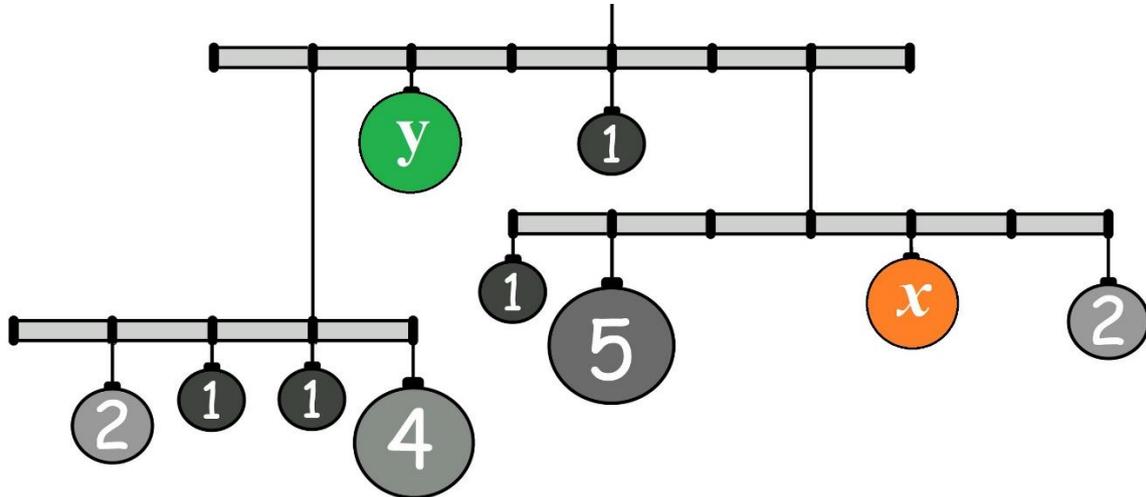


Схема №1

Длина каждой из балок равна 1 м. На схеме массы шариков даны в условных единицах (1 у.е. = 0,02 кг). Считайте, что балки невесомы и нерастяжимы.

Известно, что балки, на которых находятся шарики, помеченные буквами x и y , висят горизонтально.

Определите, чему равна масса шариков, помеченных буквами x и y . Ответ дайте в граммах.

Ответ: $x=140$ г, $y=60$ г;

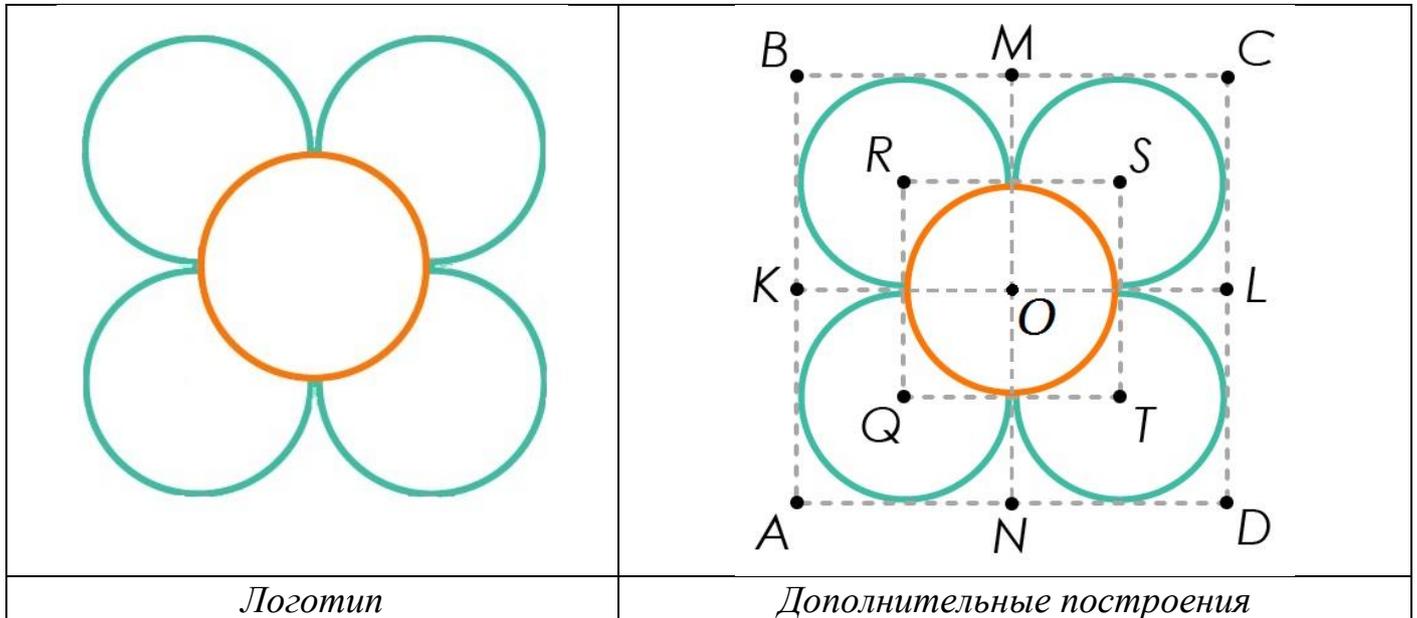
Олимпиада Ломоносов по Робототехнике

Очный этап

8-9 классы

№	Критерии проверки	Баллы
1	Приведено полностью верное решение	20
2	Получен верный ответ, но он выражен в неверных единицах измерения	16
3.1	Правильно записано уравнение равновесия для рычага с грузом X $1 \times 3 + 5 \times 2 = x \times 1 + 2 \times 3$	+3 балла
3.2	Правильно определен вес груза X в условных единицах (7 у.е.)	+2 балла
3.3	В уравнении равновесия для определения массы груза Y левая балка верно заменена на массу 8 у.е.	+3 балла
3.4	В уравнении равновесия для определения массы груза Y правая балка верно заменена на массу $8+x$ у.е. или 15 у.е.	+3 балла
3.5	Правильно записано уравнение равновесия для рычага с грузом Y $8 \times 3 + y \times 2 = 2 \times 15$	+3 балла
3.6	Правильно определен вес груза Y в условных единицах (3 у.е.)	+2 балла
3.7	Правильно переведена масса груза X из условных единиц в граммы (140 г)	+2 балла
3.8	Правильно переведена масса груза Y из условных единиц в граммы (60 г)	+2 балла
3.9	В ходе верного логически решения была допущена одна ошибка	-2 балла
11	Дан верный ответ без решения (x=140 г, y=60 г)	5
12	Участник не приступил к решению	0

№4 (20 баллов) Робот движется по гладкой горизонтальной поверхности и наносит на нее изображение (см. *логотип*) при помощи кисти, закрепленной в центре колесной базы. Робот оснащен двумя отдельно управляемыми колесами, расстояние между центрами колес составляет 40 см, диаметр колеса робота 10 см, максимальная скорость вращения моторов 2 об/с.



Робот должен изобразить фигуру, состоящую из четырех дуг окружностей и одной целой окружности (см. *логотип*). Чтобы определить их положение, необходимо провести ряд вспомогательных построений.

Известно, что $ABCD$ является квадратом (см. *дополнительные построения*) со стороной $AB = 16$ м. Точки M, N, K и L – середины сторон квадрата $ABCD$. Отрезки MN и KL пересекаются в точке O . В получившиеся четыре четырехугольника вписали окружности. Центры окружностей соединили и получили четырехугольник $RSTQ$, в который также вписали окружность.

Из-за крепления кисти робот не может двигаться назад. Все развороты робот должен совершать на месте, то есть все развороты робота – танковые.

При расчетах примите $\pi \approx 3,14$.

А) Определите, чему равна длина линии, которую должен нарисовать робот. Ответ дайте в метрах.

Б) Определите, за какое минимальное время робот начертит данную фигуру. Ответ дайте в секундах.

Ответ:

$$A) 2\pi R \times 4 = 2 \times 3,14 \times \frac{L_{AB}}{4} \times 4 = 2 \times 3,14 \times 16 = 100,48 \text{ м}$$

$$B) t = \frac{2\pi \left(\frac{L_{AB}}{4} + \frac{D_{база}}{2} \right) \times 4 + \pi D_{база} \times \frac{180^\circ \times 2 + 90^\circ \times 2}{360^\circ}}{\pi dw} = \frac{2L_{AB} + 4D_{база} + \frac{3}{2}D_{база}}{dw} =$$

$$= \frac{2L_{AB} + \frac{11}{2}D_{база}}{dw} = \frac{2 \times 16 + \frac{11}{2} \times \frac{4}{10}}{\frac{1}{10} \times 2} = \frac{32 + 2,2}{\frac{2}{10}} = \frac{342}{2} = 171 \text{ с}$$

№	Критерии проверки	Баллы
1	Приведено полностью верное решение	20 баллов
Пункт А		
2.1	Приведено доказательство того, что квадрат ABCD разделен на четыре равных квадрата	+1 балл
2.2	Доказано, что QRST - квадрат	+1 балл
2.3	Доказано, что сторона квадрата QRST равна половине стороны квадрата ABCD	+1 балл
2.4	Верно определены стороны всех пяти маленьких квадратов (8 м)	+1 балл
2.5	Верно определены радиусы всех пяти окружностей (4 м)	+1 балл
2.6	Верно определено количество полных окружностей, которые должен нарисовать робот $\frac{3}{4} \times 4 + 1 = 4$ окружности	+2 балла
2.7	Верно определена длина кривой, которую должен нарисовать робот $2\pi R \times 4 = 2 \times 3,14 \times \frac{L_{AB}}{4} \times 4 = 2 \times 3,14 \times 16 = 100,48 \text{ м}$	+2 балла
2.8	В ходе верного логически решения была допущена одна ошибка	-2 балла
Пункт Б		
3.1	Правильно определена длина обода колеса $\pi d = 0,1\pi = 3,14 \times 0,1 = 0,314 \text{ м} = 31,4 \text{ см}$	+ 1 балл
3.2	Правильно определена максимальная скорость движения робота $\pi dw = 0,314 \times 2 = 0,2\pi = 0,628 \frac{\text{м}}{\text{с}} = 62,8 \frac{\text{см}}{\text{с}}$	+1 балл
3.3	Верно проведен расчет длины пройденного роботом пути с учетом пути внешнего колеса $2\pi \left(\frac{L_{AB}}{4} + \frac{D_{база}}{2} \right) \times 4 = 2\pi(L_{AB} + 2D_{база}) = 2\pi \times (16 + 0,8) = 33,6\pi$	+2 балла
3.4	Верно определено, что для того, чтобы робот смог нарисовать данный логотип, он должен развернуться два раза на 180° и два раза на 90°	+1 балл
3.5	Верно определен минимально необходимый суммарный угол	+1 балл

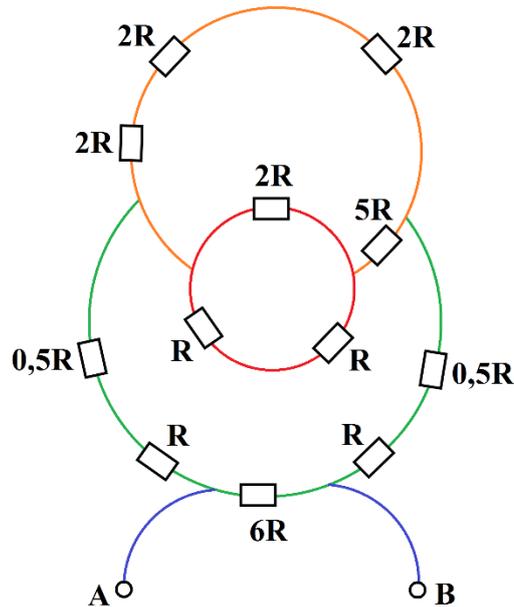
Олимпиада Ломоносов по Робототехнике

Очный этап

8-9 классы

	разворота робота $2 \times 180^\circ + 2 \times 90^\circ = 540^\circ$	
3.6	Верно определено время, которое робот потратит, чтобы проехать по линиям трассы $\frac{2\pi \left(\frac{L_{AB}}{4} + \frac{D_{база}}{2} \right) \times 4}{\pi d \omega} = \frac{33,6\pi}{0,2\pi} = 168 \text{ с}$	+2 балла
3.7	Верно определено время, которое робот потратит на развороты: $\frac{\pi D_{база} \times \frac{180^\circ \times 2 + 90^\circ \times 2}{360^\circ}}{\pi d \omega} = \frac{\pi \times 0,4 \times \frac{540^\circ}{360^\circ}}{0,2\pi} = 2 \times 1,5 = 3 \text{ с}$	+2 балла
3.8	Правильно определено минимальное время, за которое робот начертит данную фигуру (171 с)	+1 балл
3.9	В ходе верного логически решения была допущена одна ошибка	-2 балла
4	Приведено верное решение для не оптимального варианта прохождения трассы	15 баллов
5	Дан верный ответ на пункт А без решения (100,48 м)	5 баллов
6	Дан верный ответ на пункт Б без решения (171 с)	5 баллов
7	Участник не приступил к решению	0 баллов

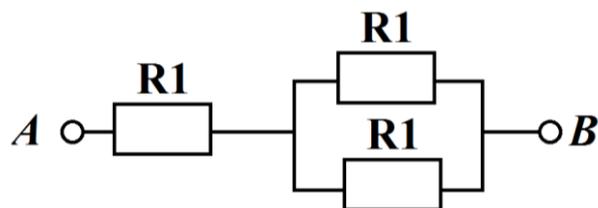
№5 (15 баллов) Дана электрическая схема участка АВ (См. электрическую схему участка АВ). Величина сопротивления $R = 110$ Ом.



Электрическая схема участка АВ

Как имея только 10 сопротивлений номиналом $R_1=220$ Ом, собрать схему, сопротивление которой будет равно сопротивлению участка АВ. В ответе приведите схему соединения сопротивлений номиналом 220 Ом. Использовать все десять сопротивлений R_1 не обязательно.

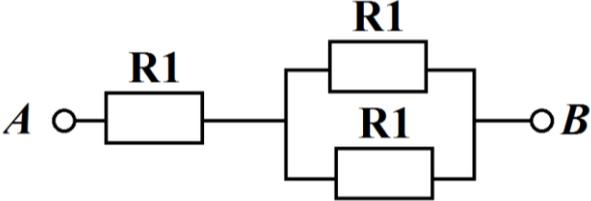
Ответ:



Олимпиада Ломоносов по Робототехнике

Очный этап

8-9 классы

№	Критерии проверки	Баллы
1	Приведено полностью верное решение	15 баллов
2.1	Правильно определено сопротивление красного участка в единицах сопротивления R $\frac{1}{2R} + \frac{1}{R + R} = \frac{2}{2R} \Rightarrow R_{кр} = R$	+3 балла
2.2	Правильно определено сопротивление оранжевого участка в единицах сопротивления R $\frac{1}{2R + 2R + 2R} + \frac{1}{R + 5R} = \frac{2}{6R} \Rightarrow R_{ор} = 3R$	+3 балла
2.3	Правильно определено сопротивление участка АВ в единицах сопротивления R $\frac{1}{6R} + \frac{1}{R + R + 0,5R + 0,5R + 3R} = \frac{2}{6R} \Rightarrow R_{AB} = 3R$	+3 балла
2.4	Верно определено сопротивление участка АВ в Омах: $R_{AB} = 3R = 3 \times 110 \text{ Ом} = 330 \text{ Ом}$	+3 балла
2.5	Составлена правильная схема цепи, составленной из сопротивлений R1 = 220 Ом (или схема, аналогичная представленной): 	+3 балла
2.6	В ходе верного логически решения была допущена одна ошибка	-2 балла
3	Дан верный ответ без решения	7 баллов
4	Участник не приступил к решению	0 баллов

№6 (25 баллов) На поверхности с коэффициентом трения 0,01 лежат восемь шаров. (См. *схема №2*) Центры всех шаров находятся на одной линии. Шары В, С, D, E, F, G, H касаются друг друга так, как показано на схеме.

В начальный момент времени робот ударяет по шару А так, что шар А начинает двигаться в направлении шара В, и между шарами А и В происходит центральный удар.

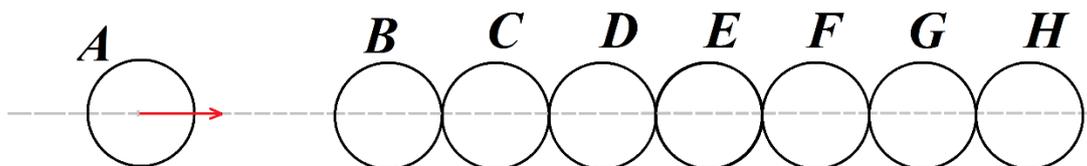


Схема №2

Расстояние между центрами шаров А и В равно $L_0=15$ см. Радиусы всех шаров равны $r=3$ см. Массы всех шаров равны.

Определите, какую минимальную скорость робот должен сообщить шару А в направлении шара В, чтобы через некоторое время расстояние между центрами шаров А и H стало равным $L_2 = 72$ см. Считайте все удары абсолютно упругими. Ускорение свободного падения в расчетах примите равным примерно $9,81$ м/с².

Ответ:

$$v_0 = \sqrt{2\mu g(L_0 + L_2 - 16r)} = \sqrt{2 \times 0,01 \times 9,81 \times (0,15 + 0,72 - 16 \times 0,03)} \approx 0,28 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Решение:

Пусть V_0 – это скорость шарика, которую сообщит робот шару А. Тогда скорость шара А перед столкновением с шаром В будет равна V_1 , которую можно определить из уравнения:

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV_1^2}{2} + \mu mg(L_0 - 2r) \quad (1)$$

Поскольку между шаром А и В произойдет центральный абсолютно упругий удар, то после соударения они «обменяются скоростями», то есть шар А остановится, а шар В приобретет скорость V_1 . Это можно показать, решив следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} mV_1 + 0 = mV_1' + mV_2' \\ \frac{mV_1^2}{2} + 0 = \frac{mV_1'^2}{2} + \frac{mV_2'^2}{2} \end{cases}$$

Рассуждая подобным образом получим, что после череды центральных абсолютно упругих столкновений, окажется, что шар Н имеет скорость V_1 , а все остальные шары имеют скорость равную 0.

Чтобы расстояние между центрами шаров А и Н стало равно L_2 , достаточно чтобы центр шара Н переместился на расстояние $L_2 - 7 \times 2r$, после чего шар может остановиться.

Запишем уравнение, которое проиллюстрирует описанную ситуацию:

$$\frac{mV_1^2}{2} = \mu mg(L_2 - 14r)$$

Подставим данное уравнение в уравнение (1) и получим:

$$\frac{mV_0^2}{2} = \mu mg(L_2 - 14r) + \mu mg(L_0 - 2r)$$

Упростим и выразим V_0 :

$$\frac{mV_0^2}{2} = \mu mg(L_2 - 14r + L_0 - 2r)$$

$$V_0^2 = 2\mu g(L_2 + L_0 - 16r)$$

$$V_0 = \sqrt{2\mu g(L_2 + L_0 - 16r)}$$

Подсчитаем значение V_0 и запишем ответ:

$$\begin{aligned} v_0 &= \sqrt{2\mu g(L_0 + L_2 - 16r)} = \sqrt{2 \times 0,01 \times 9,81 \times (0,15 + 0,72 - 16 \times 0,03)} = \\ &= \sqrt{0,02 \times 9,81 \times (0,87 - 0,48)} = \sqrt{0,02 \times 9,81 \times 0,39} \approx 0,28 \frac{\text{М}}{\text{с}} \end{aligned}$$

Олимпиада Ломоносов по Робототехнике

Очный этап

8-9 классы

№	Критерии проверки	Баллы
1	Приведено полностью верное решение	25 баллов
2.1	Правильно определено расстояние, которое шар А должен преодолеть до столкновения до шара В: $L_0 - 2r = 15 - 6 = 9 \text{ см} = 0,09 \text{ м}$	+1 балл
2.2	Правильно записана сила трения, действующая на шар А: μmg	+2 балла
2.3	Правильно записан закон сохранения энергии для шара А до столкновения с шаром В: $\frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV_1^2}{2} + \mu mg(L_0 - 2r)$	+4 балла
2.4	Правильно записан закон сохранения импульса для столкновения шаров А и В: $mV_1 + 0 = mV_1' + mV_2'$	+2 балла
2.5	Правильно записан закон сохранения для столкновения шаров А и В: $\frac{mV_1^2}{2} + 0 = \frac{mV_1'^2}{2} + \frac{mV_2'^2}{2}$	+2 балла
2.6	Верно решена система уравнений для столкновения шаров А и В, получено что после столкновения скорость шара В будет равно скорости шара А до столкновения, а шар А после столкновения остановится.	+2 балла
2.7	На основании данных о расположении шаров, их одинаковой массы и абсолютной упругости ударов сделан вывод о том, что скорость шара Н после завершения столкновений будет равна скорости шара А до столкновения, а скорость всех остальных шаров будет равна 0. Или же участник получил тот же самый ответ путем долгих вычислений и последовательного решения нескольких систем уравнений.	+4 балла
2.8	Верно определено расстояние, на которое должен переместиться шар Н, чтобы выполнилось условие задачи: $L_2 - 7 \times 2r = 72 - 14 \times 3 = 42 \text{ см} = 0,42 \text{ м}$	+1 балл
2.9	Верно записано уравнение сохранения энергии для шара Н после удара с шаром Е: $\frac{mV_1^2}{2} = \mu mg(L_2 - 14r)$	+2 балла
2.10	Верно определена минимальная скорость шара А до удара с	+3 балла

Олимпиада Ломоносов по Робототехнике

Очный этап

8-9 классы

	шаром В: $V_0 = \sqrt{2\mu g(L_2 + L_0 - 16r)}$	
2.11	Верно проведен подсчет значения искомой скорости: $v_0 = \sqrt{2 \times 0,01 \times 9,81 \times (0,15 + 0,72 - 16 \times 0,03)} \approx 0,28 \frac{\text{м}}{\text{с}}$	+2 балла
2.12	В ходе верного логически решения была допущена одна ошибка	-2 балла
3	Дан верный ответ без решения (0,28 м/с)	5 баллов
4	Участник не приступил к решению	0 баллов