

№1 (10 баллов) В коридоре около окна стоит в ряд пять стульев. Маша, Даша, Саша и Петя заняли эти стулья, причем на один из стульев они сложили портфели. Известно:

- Между Машей и Сашей есть ровно один стул;
- Между Петей и Дашей есть два или три стула;
- Ни Маша, ни Даша не сидят рядом со стулом, на котором лежат портфели;

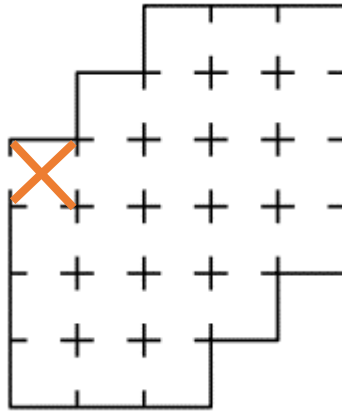
Определите, в каком порядке слева направо сидят ребята, если известно, что каждый из них занимает ровно один стул. В ответе укажите все варианты решения данной задачи.

Ответ:

- Маша, Даша, Саша, пусто (портфели), Петя
- Петя, пусто (портфели), Саша, Даша, Маша

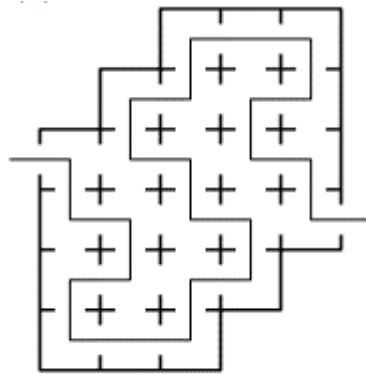
| № | Критерии проверки                     | Баллы    |
|---|---------------------------------------|----------|
| 1 | Приведено два верных варианта решения | 10       |
| 2 | Приведен один вариант решения         | 7        |
| 3 | <b>Дан верный ответ без решения</b>   | <b>5</b> |
| 4 | Участник не приступил к решению       | 0        |

№2 (10 баллов) Для робототехнических соревнований собрали лабиринт (См. *план лабиринта*), в котором было 24 комнаты. Роботы должны стартовать в комнате, обозначенной крестом, посетить все комнаты лабиринта и выйти из лабиринта, побывав при этом в каждой комнате ровно один раз. Определите, как это можно сделать?



*План лабиринта*

Ответ:



| № | Критерии проверки   | Баллы |
|---|---|-------|
| 1 | Приведено полностью верное решение                                    | 10    |
| 2 | Допущена одна ошибка (одна из комнат не посещена или посещена дважды) | 5     |
| 3 | Участник не приступил к решению или допущено больше одной ошибки      | 0     |

№3 (20 баллов) На три легких прочных твердых ровных балки нанесли разметку с помощью маркера, разделив их на равные части. Балки скрепили между собой струнами. К балкам прикрепили шарики, после чего получившуюся конструкцию подвесили к потолку (см. схему №1).

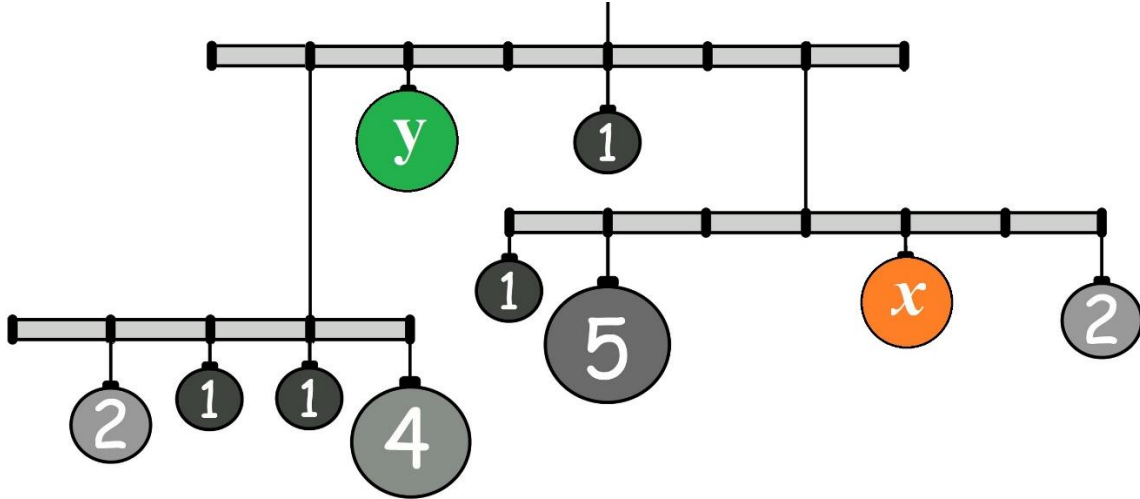


Схема №1

Длина каждой из балок равна 1 м. На схеме массы шариков даны в условных единицах (1 у.е. = 0,02 кг). Считайте, что балки невесомы и нерастяжимы.

Известно, что балки, на которых находятся шарики, помеченные буквами  $x$  и  $y$ , висят горизонтально.

Определите, чему равна масса шариков, помеченных буквами  $x$  и  $y$ . Ответ дайте в граммах.

Ответ:  $x=140$  г,  $y=60$  г;

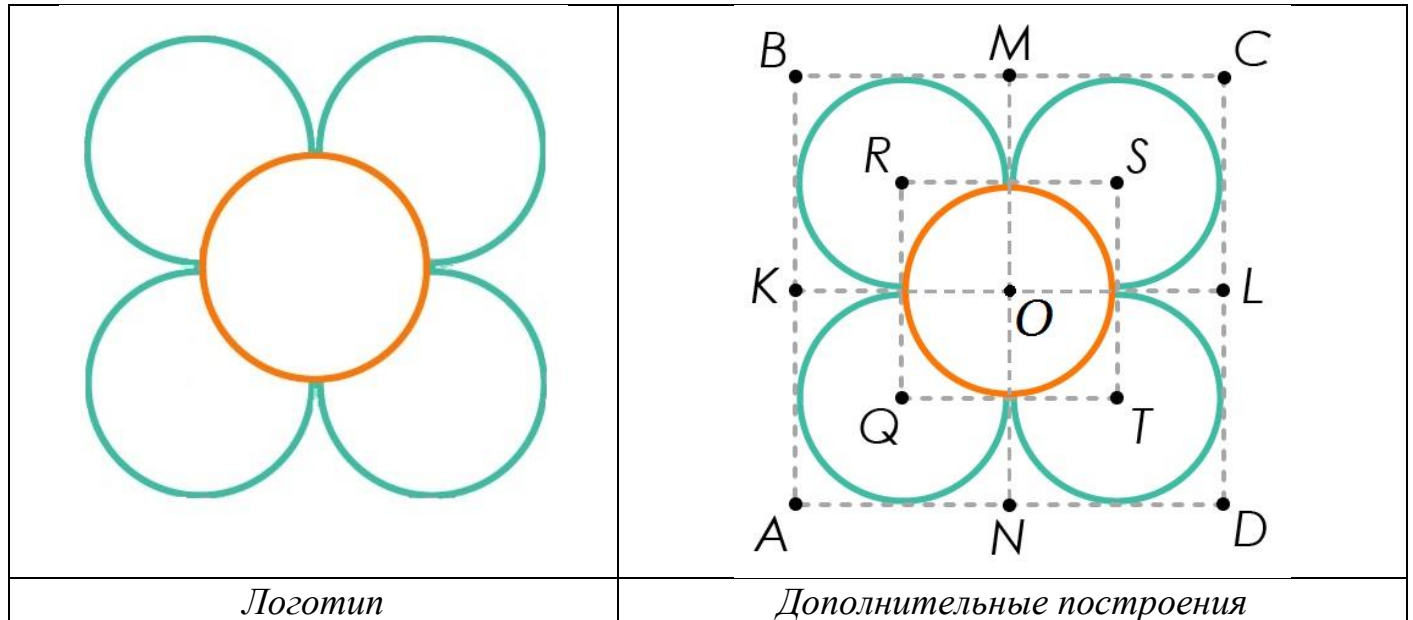
## Олимпиада Ломоносов по Робототехнике

Очный этап

8-9 классы

| №   | Критерии проверки  | Баллы    |
|-----|--|----------|
| 1   | Приведено полностью верное решение   | 20       |
| 2   | Получен верный ответ, но он выражен в неверных единицах измерения  | 16       |
| 3.1 | Правильно записано уравнение равновесия для рычага с грузом X<br>$1 \times 3 + 5 \times 2 = x \times 1 + 2 \times 3$ | +3 балла |
| 3.2 | Правильно определен вес груза X в условных единицах (7 у.е.)   | +2 балла |
| 3.3 | В уравнении равновесия для определения массы груза Y левая балка верно заменена на массу 8 у.е.                      | +3 балла |
| 3.4 | В уравнении равновесия для определения массы груза Y правая балка верно заменена на массу $8+x$ у.е. или 15 у.е.     | +3 балла |
| 3.5 | Правильно записано уравнение равновесия для рычага с грузом Y<br>$8 \times 3 + y \times 2 = 2 \times 15$             | +3 балла |
| 3.6 | Правильно определен вес груза Y в условных единицах (3 у.е.)   | +2 балла |
| 3.7 | Правильно переведена масса груза X из условных единиц в граммы (140 г)   | +2 балла |
| 3.8 | Правильно переведена масса груза Y из условных единиц в граммы (60 г)  | +2 балла |
| 3.9 | В ходе верного логически решения была допущена одна ошибка   | -2 балла |
| 11  | <b>Дан верный ответ без решения (x=140 г, y=60 г)</b>  | <b>5</b> |
| 12  | Участник не приступил к решению  | 0        |

№4 (20 баллов) Робот движется по гладкой горизонтальной поверхности и наносит на нее изображение (см. *логотип*) при помощи кисти, закрепленной в центре колесной базы. Робот оснащен двумя отдельно управляемыми колесами, расстояние между центрами колес составляет 40 см, диаметр колеса робота 10 см, максимальная скорость вращения моторов 2 об/с.



Робот должен изобразить фигуру, состоящую из четырех дуг окружностей и одной целой окружности (см. *логотип*). Чтобы определить их положение, необходимо провести ряд вспомогательных построений.

Известно, что  $ABCD$  является квадратом (см. *дополнительные построения*) со стороной  $AB = 16$  м. Точки  $M, N, K$  и  $L$  – середины сторон квадрата  $ABCD$ . Отрезки  $MN$  и  $KL$  пересекаются в точке  $O$ . В получившиеся четыре четырехугольника вписали окружности. Центры окружностей соединили и получили четырехугольник  $RSTQ$ , в который также вписали окружность.

Из-за крепления кисти робот не может двигаться назад. Все развороты робот должен совершать на месте, то есть все развороты робота – танковые.

При расчетах примите  $\pi \approx 3,14$ .

А) Определите, чему равна длина линии, которую должен нарисовать робот. Ответ дайте в метрах.

Б) Определите, за какое минимальное время робот начертит данную фигуру. Ответ дайте в секундах.

Ответ:

$$A) 2\pi R \times 4 = 2 \times 3,14 \times \frac{L_{AB}}{4} \times 4 = 2 \times 3,14 \times 16 = 100,48 \text{ м}$$

$$B) t = \frac{2\pi \left( \frac{L_{AB}}{4} + \frac{D_{база}}{2} \right) \times 4 + \pi D_{база} \times \frac{180^\circ \times 2 + 90^\circ \times 2}{360^\circ}}{\pi dw} = \frac{2L_{AB} + 4D_{база} + \frac{3}{2}D_{база}}{dw} =$$

$$= \frac{2L_{AB} + \frac{11}{2}D_{база}}{dw} = \frac{2 \times 16 + \frac{11}{2} \times \frac{4}{10}}{\frac{1}{10} \times 2} = \frac{32 + 2,2}{\frac{2}{10}} = \frac{342}{2} = 171 \text{ с}$$

| №       | Критерии проверки  | Баллы     |
|---------|--|-----------|
| 1       | Приведено полностью верное решение   | 20 баллов |
| Пункт А |  |           |
| 2.1     | Приведено доказательство того, что квадрат ABCD разделен на четыре равных квадрата   | +1 балл   |
| 2.2     | Доказано, что QRST - квадрат   | +1 балл   |
| 2.3     | Доказано, что сторона квадрата QRST равна половине стороны квадрата ABCD   | +1 балл   |
| 2.4     | Верно определены стороны всех пяти маленьких квадратов (8 м)   | +1 балл   |
| 2.5     | Верно определены радиусы всех пяти окружностей (4 м)   | +1 балл   |
| 2.6     | Верно определено количество полных окружностей, которые должен нарисовать робот<br>$\frac{3}{4} \times 4 + 1 = 4$ окружности   | +2 балла  |
| 2.7     | Верно определена длина кривой, которую должен нарисовать робот<br>$2\pi R \times 4 = 2 \times 3,14 \times \frac{L_{AB}}{4} \times 4 = 2 \times 3,14 \times 16 = 100,48 \text{ м}$  | +2 балла  |
| 2.8     | В ходе верного логически решения была допущена одна ошибка   | -2 балла  |
| Пункт Б |  |           |
| 3.1     | Правильно определена длина обода колеса<br>$\pi d = 0,1\pi = 3,14 \times 0,1 = 0,314 \text{ м} = 31,4 \text{ см}$  | + 1 балл  |
| 3.2     | Правильно определена максимальная скорость движения робота<br>$\pi dw = 0,314 \times 2 = 0,2\pi = 0,628 \frac{\text{м}}{\text{с}} = 62,8 \frac{\text{см}}{\text{с}}$   | +1 балл   |
| 3.3     | Верно проведен расчет длины пройденного роботом пути с учетом пути внешнего колеса<br>$2\pi \left( \frac{L_{AB}}{4} + \frac{D_{база}}{2} \right) \times 4 = 2\pi(L_{AB} + 2D_{база}) = 2\pi \times (16 + 0,8) = 33,6\pi$ | +2 балла  |
| 3.4     | Верно определено, что для того, чтобы робот смог нарисовать данный логотип, он должен развернуться два раза на $180^\circ$ и два раза на $90^\circ$  | +1 балл   |
| 3.5     | Верно определен минимально необходимый суммарный угол  | +1 балл   |

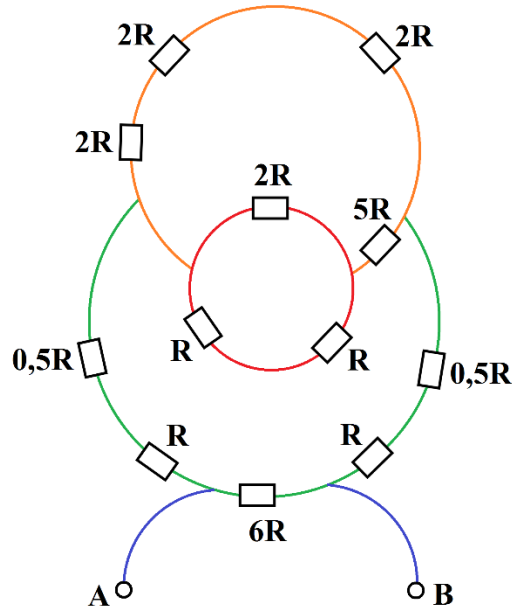
## Олимпиада Ломоносов по Робототехнике

Очный этап

8-9 классы

|     |   |                  |
|-----|---|------------------|
|     | разворота робота<br>$2 \times 180^\circ + 2 \times 90^\circ = 540^\circ$  |                  |
| 3.6 | Верно определено время, которое робот потратит, чтобы проехать по линиям трассы<br>$\frac{2\pi \left( \frac{L_{AB}}{4} + \frac{D_{база}}{2} \right) \times 4}{\pi d \omega} = \frac{33,6\pi}{0,2\pi} = 168 \text{ с}$   | +2 балла         |
| 3.7 | Верно определено время, которое робот потратит на развороты:<br>$\frac{\pi D_{база} \times \frac{180^\circ \times 2 + 90^\circ \times 2}{360^\circ}}{\pi d \omega} = \frac{\pi \times 0,4 \times \frac{540^\circ}{360^\circ}}{0,2\pi} = 2 \times 1,5 = 3 \text{ с}$ | +2 балла         |
| 3.8 | Правильно определено минимальное время, за которое робот начертит данную фигуру (171 с)   | +1 балл          |
| 3.9 | В ходе верного логически решения была допущена одна ошибка  | -2 балла         |
| 4   | <b>Приведено верное решение для не оптимального варианта прохождения трассы</b>   | <b>15 баллов</b> |
| 5   | <b>Дан верный ответ на пункт А без решения (100,48 м)</b>   | <b>5 баллов</b>  |
| 6   | <b>Дан верный ответ на пункт Б без решения (171 с)</b>  | <b>5 баллов</b>  |
| 7   | Участник не приступил к решению   | 0 баллов         |

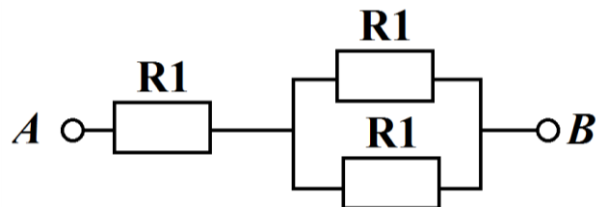
№5 (15 баллов) Дана электрическая схема участка АВ (См. электрическую схему участка АВ). Величина сопротивления  $R = 110 \text{ Ом}$ .



Электрическая схема участка АВ

Как имея только 10 сопротивлений номиналом  $R_1=220 \text{ Ом}$ , собрать схему, сопротивление которой будет равно сопротивлению участка АВ. В ответе приведите схему соединения сопротивлений номиналом 220 Ом. Использовать все десять сопротивлений  $R_1$  не обязательно.

Ответ:

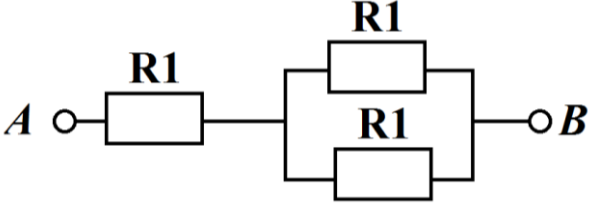




## Олимпиада Ломоносов по Робототехнике

Очный этап

8-9 классы

| №   | Критерии проверки  | Баллы           |
|-----|--|-----------------|
| 1   | Приведено полностью верное решение   | 15 баллов       |
| 2.1 | Правильно определено сопротивление красного участка в единицах сопротивления R<br>$\frac{1}{2R} + \frac{1}{R + R} = \frac{2}{2R} \Rightarrow R_{кр} = R$   | +3 балла        |
| 2.2 | Правильно определено сопротивление оранжевого участка в единицах сопротивления R<br>$\frac{1}{2R + 2R + 2R} + \frac{1}{R + 5R} = \frac{2}{6R} \Rightarrow R_{ор} = 3R$                                       | +3 балла        |
| 2.3 | Правильно определено сопротивление участка АВ в единицах сопротивления R<br>$\frac{1}{6R} + \frac{1}{R + R + 0,5R + 0,5R + 3R} = \frac{2}{6R} \Rightarrow R_{AB} = 3R$                                       | +3 балла        |
| 2.4 | Верно определено сопротивление участка АВ в Омах:<br>$R_{AB} = 3R = 3 \times 110 \text{ Ом} = 330 \text{ Ом}$  | +3 балла        |
| 2.5 | Составлена правильная схема цепи, составленной из сопротивлений R1 = 220 Ом (или схема, аналогичная представленной):<br> | +3 балла        |
| 2.6 | В ходе верного логически решения была допущена одна ошибка   | -2 балла        |
| 3   | <b>Дан верный ответ без решения</b>  | <b>7 баллов</b> |
| 4   | Участник не приступил к решению  | 0 баллов        |

№6 (25 баллов) На поверхности с коэффициентом трения 0,01 лежат восемь шаров. (См. *схема №2*) Центры всех шаров находятся на одной линии. Шары В, С, D, E, F, G, H касаются друг друга так, как показано на схеме.

В начальный момент времени робот ударяет по шару А так, что шар А начинает двигаться в направлении шара В, и между шарами А и В происходит центральный удар.

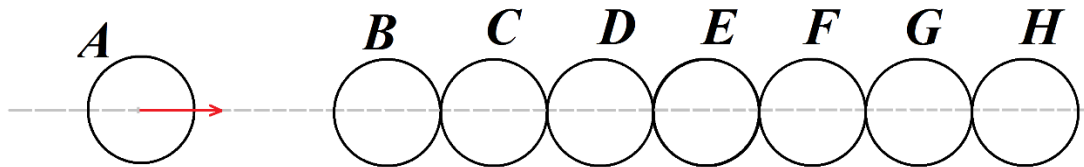


Схема №2

Расстояние между центрами шаров А и В равно  $L_0=15$  см. Радиусы всех шаров равны  $r=3$  см. Массы всех шаров равны.

Определите, какую минимальную скорость робот должен сообщить шару А в направлении шара В, чтобы через некоторое время расстояние между центрами шаров А и H стало равным  $L_2 = 72$  см. Считайте все удары абсолютно упругими. Ускорение свободного падения в расчетах примите равным примерно  $9,81$  м/с<sup>2</sup>.

Ответ:

$$v_0 = \sqrt{2\mu g(L_0 + L_2 - 16r)} = \sqrt{2 \times 0,01 \times 9,81 \times (0,15 + 0,72 - 16 \times 0,03)} \approx 0,28 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Решение:

Пусть  $V_0$  – это скорость шарика, которую сообщит робот шару А. Тогда скорость шара А перед столкновением с шаром В будет равна  $V_1$ , которую можно определить из уравнения:

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV_1^2}{2} + \mu mg(L_0 - 2r) \quad (1)$$

Поскольку между шаром А и В произойдет центральный абсолютно упругий удар, то после соударения они «обменяются скоростями», то есть шар А остановится, а шар В приобретет скорость  $V_1$ . Это можно показать, решив следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} mV_1 + 0 = mV_1' + mV_2' \\ \frac{mV_1^2}{2} + 0 = \frac{mV_1'^2}{2} + \frac{mV_2'^2}{2} \end{cases}$$

Рассуждая подобным образом получим, что после череды центральных абсолютно упругих столкновений, окажется, что шар Н имеет скорость  $V_1$ , а все остальные шары имеют скорость равную 0.

Чтобы расстояние между центрами шаров А и Н стало равно  $L_2$ , достаточно чтобы центр шара Н переместился на расстояние  $L_2 - 7 \times 2r$ , после чего шар может остановиться.

Запишем уравнение, которое проиллюстрирует описанную ситуацию:

$$\frac{mV_1^2}{2} = \mu mg(L_2 - 14r)$$

Подставим данное уравнение в уравнение (1) и получим:

$$\frac{mV_0^2}{2} = \mu mg(L_2 - 14r) + \mu mg(L_0 - 2r)$$

Упростим и выразим  $V_0$ :

$$\frac{mV_0^2}{2} = \mu mg(L_2 - 14r + L_0 - 2r)$$

$$V_0^2 = 2\mu g(L_2 + L_0 - 16r)$$

$$V_0 = \sqrt{2\mu g(L_2 + L_0 - 16r)}$$

Подсчитаем значение  $V_0$  и запишем ответ:

$$\begin{aligned} v_0 &= \sqrt{2\mu g(L_0 + L_2 - 16r)} = \sqrt{2 \times 0,01 \times 9,81 \times (0,15 + 0,72 - 16 \times 0,03)} = \\ &= \sqrt{0,02 \times 9,81 \times (0,87 - 0,48)} = \sqrt{0,02 \times 9,81 \times 0,39} \approx 0,28 \frac{\text{М}}{\text{с}} \end{aligned}$$

## Олимпиада Ломоносов по Робототехнике

Очный этап

8-9 классы

| №    | Критерии проверки  | Баллы     |
|------|--|-----------|
| 1    | Приведено полностью верное решение   | 25 баллов |
| 2.1  | Правильно определено расстояние, которое шар А должен преодолеть до столкновения до шара В:<br>$L_0 - 2r = 15 - 6 = 9 \text{ см} = 0,09 \text{ м}$   | +1 балл   |
| 2.2  | Правильно записана сила трения, действующая на шар А:<br>$\mu mg$  | +2 балла  |
| 2.3  | Правильно записан закон сохранения энергии для шара А до столкновения с шаром В:<br>$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV_1^2}{2} + \mu mg(L_0 - 2r)$   | +4 балла  |
| 2.4  | Правильно записан закон сохранения импульса для столкновения шаров А и В:<br>$mV_1 + 0 = mV_1' + mV_2'$  | +2 балла  |
| 2.5  | Правильно записан закон сохранения для столкновения шаров А и В:<br>$\frac{mV_1^2}{2} + 0 = \frac{mV_1'^2}{2} + \frac{mV_2'^2}{2}$   | +2 балла  |
| 2.6  | Верно решена система уравнений для столкновения шаров А и В, получено что после столкновения скорость шара В будет равно скорости шара А до столкновения, а шар А после столкновения остановится.  | +2 балла  |
| 2.7  | На основании данных о расположении шаров, их одинаковой массы и абсолютной упругости ударов сделан вывод о том, что скорость шара Н после завершения столкновений будет равна скорости шара А до столкновения, а скорость всех остальных шаров будет равна 0.<br>Или же участник получил тот же самый ответ путем долгих вычислений и последовательного решения нескольких систем уравнений. | +4 балла  |
| 2.8  | Верно определено расстояние, на которое должен переместиться шар Н, чтобы выполнилось условие задачи:<br>$L_2 - 7 \times 2r = 72 - 14 \times 3 = 42 \text{ см} = 0,42 \text{ м}$   | +1 балл   |
| 2.9  | Верно записано уравнение сохранения энергии для шара Н после удара с шаром Е:<br>$\frac{mV_1^2}{2} = \mu mg(L_2 - 14r)$  | +2 балла  |
| 2.10 | Верно определена минимальная скорость шара А до удара с  | +3 балла  |

## Олимпиада Ломоносов по Робототехнике

Очный этап

8-9 классы

|      |  |                 |
|------|--|-----------------|
|      | шаром В:<br>$V_0 = \sqrt{2\mu g(L_2 + L_0 - 16r)}$   |                 |
| 2.11 | Верно проведен подсчет значения искомой скорости:<br>$v_0 = \sqrt{2 \times 0,01 \times 9,81 \times (0,15 + 0,72 - 16 \times 0,03)} \approx 0,28 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ | +2 балла        |
| 2.12 | В ходе верного логически решения была допущена одна ошибка   | -2 балла        |
| 3    | <b>Дан верный ответ без решения<br/>(0,28 м/с)</b>   | <b>5 баллов</b> |
| 4    | Участник не приступил к решению  | 0 баллов        |