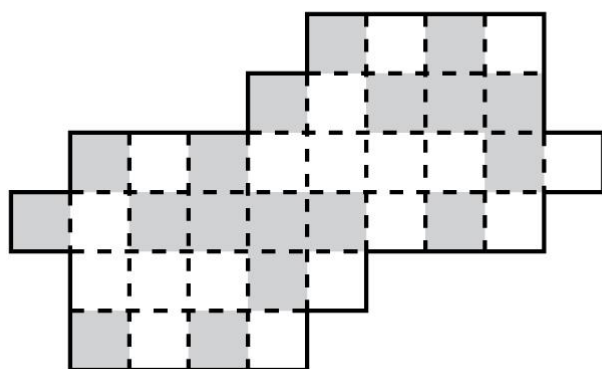


Задания для заочного тура олимпиады «Ломоносов» по робототехнике – 2017

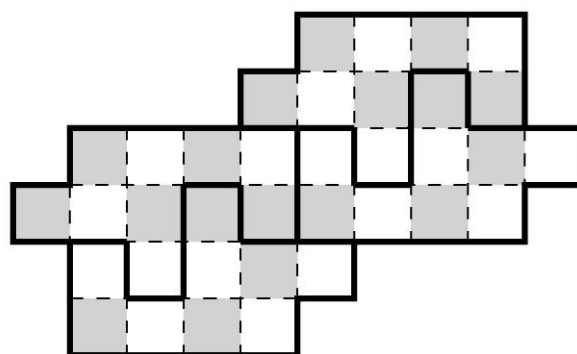
2 тур

10—11 классы

Задача 1. В гильотину подается заготовка:

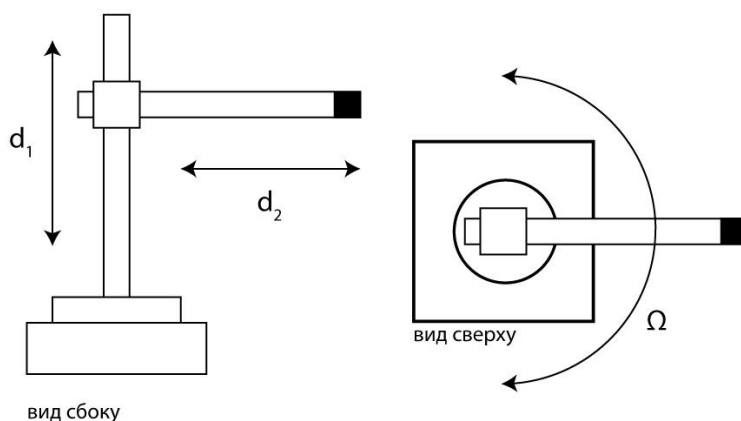


Решение.



Изобразите на рисунке, какие разрезы должна сделать машина для получения четырех одинаковых фигур, из которых можно сложить квадрат 6×6 с шахматной раскраской.

Задача 2. Цилиндрический манипулятор состоит из поступательного сочленения, обеспечивающего вертикальное перемещение руки на расстояние d_1 , вращательного сочленения с вертикальной осью, обеспечивающего вращение на угол Ω ($0 \leq \Omega \leq 180^\circ$), и еще одного поступательного сочленения, перпендикулярного оси вращения и обеспечивающего перемещение рабочего инструмента на расстояние от d до $d+d_2$, если считать от оси вращения. Рабочий инструмент обозначен на рисунке чёрным квадратом. Какое расстояние пройдет рабочий инструмент, который находится на максимальном удалении от оси вращения, при перемещении по кратчайшему пути из крайнего нижнего положения при $\Omega = 0^\circ$ в крайнее верхнее положение при $\Omega = 180^\circ$?

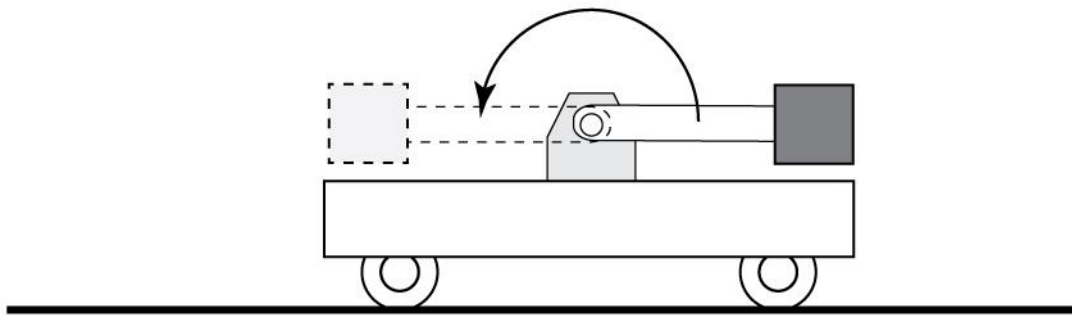


Решение.

Если развернуть цилиндрическую поверхность, по которой движется рабочий инструмент, получится прямоугольник со сторонами $\pi(d+d_2)$ и d_1 . При этом начальное и конечное положения соответствуют концам диагонали прямоугольника. Следовательно, рабочий инструмент пройдет расстояние

$$\sqrt{\pi^2(d+d_2)^2 + d_1^2}.$$

Задача 3. На мобильной платформе массы 1000 кг установлен манипулятор, состоящий из единственного звена и шарнира. Масса звена манипулятора равна 200 кг, масса шарнира входит в состав массы мобильной платформы. Расстояние от оси вращения звена до точки крепления груза равно 2 метра. Оси платформы снабжены отличными подшипниками, и, если колеса платформы не закрепить, она будет перемещаться при манипуляциях с грузом. При перемещении груза массой 300 кг звено манипулятора совершает поворот на 180° как показано на рисунке. На сколько сдвинется платформа, если ее колеса не закреплены? Трением между колесами и полом можно пренебречь.



Решение.

Пусть M – масса платформы, m_1 – масса звена манипулятора, m_2 – масса груза, L – длина звена манипулятора, v – горизонтальная проекция линейной скорости груза относительно платформы, u – скорость платформы относительно поверхности. Тогда горизонтальная проекция линейной скорости груза относительно поверхности равна $v+u$, а соответствующая проекция скорости центра масс звена манипулятора – $v/2+u$. По закону сохранения импульса

$$m_2(v+u) + m_1\left(\frac{1}{2}v+u\right) + Mu = 0, \text{ значит } \frac{u}{v} = -\frac{m_1+2m_2}{2(M+m_1+m_2)}.$$

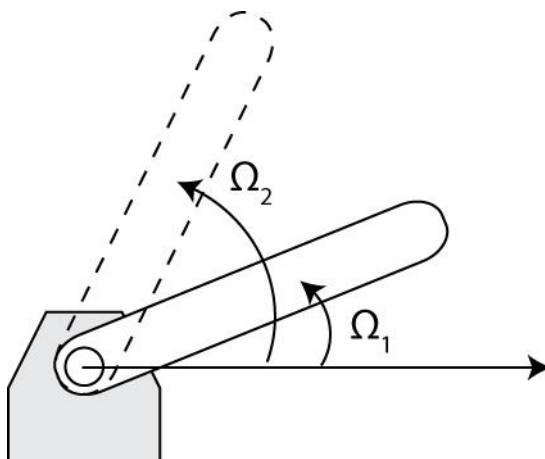
Пусть s – расстояние, на которое передвинется платформа после перемещения груза. Груз относительно платформы передвинется на расстояние $2L$. Так как отношение скоростей во время движения постоянно, отношение перемещений будет равно отношению скоростей:

$$\frac{s}{2L} = -\frac{m_1+2m_2}{2(M+m_1+m_2)}, \text{ значит } s = -\frac{L(m_1+2m_2)}{(M+m_1+m_2)} = -1\frac{1}{15} \cong -1,0667 \text{ [м]}.$$

Знак минус означает, что платформа переместится в направлении, противоположном перемещению груза.

Задача 4. Робот-манипулятор, состоящий из единственного звена и шарнира, находится в состоянии покоя при $\Omega_1 = 15^\circ$. Требуется плавно повернуть его в положение $\Omega_2 = 75^\circ$ за 3 секунды. Звено манипулятора через 1 секунду после начала движения должно не останавливаясь пройти

промежуточное положение $\Omega_3 = 30^\circ$. Опишите заданное движение манипулятора в виде двух кубических многочленов $\Omega(t)$, соединяющихся в промежуточной точке. При этом в конечной точке манипулятор должен остановиться.



Решение.

Пусть на отрезке $t \in [0, 1]$ угол меняется по закону

$$\Omega_I(t) = a_3 t^3 + a_2 t^2 + a_1 t + a_0.$$

А на отрезке $t \in [1, 3]$

$$\Omega_{II}(t) = b_3(t-1)^3 + b_2(t-1)^2 + b_1(t-1) + b_0.$$

Тогда угловая скорость

$$\Omega_I'(t) = 3a_3 t^2 + 2a_2 t + a_1, \quad \Omega_{II}'(t) = 3b_3(t-1)^2 + 2b_2(t-1) + b_1.$$

А угловое ускорение

$$\Omega_I''(t) = 6a_3 t + 2a_2, \quad \Omega_{II}''(t) = 6b_3(t-1) + 2b_2.$$

При $t = 0$

$$\Omega_I(0) = 15, \quad \Omega_I'(0) = 0.$$

При $t = 1$

$$\Omega_I(1) = \Omega_{II}(1) = 30, \quad \Omega_I'(1) = \Omega_{II}'(1), \quad \Omega_{II}''(1) = \Omega_{II}''(1)$$

При $t = 3$

$$\Omega_{II}(3) = 75, \quad \Omega_{II}'(3) = 0.$$

Из этих условий получаем

$$a_0 = 15, \quad a_1 = 0, \quad a_2 = \frac{75}{4}, \quad a_3 = -\frac{15}{4},$$

$$b_0 = 30, \quad b_1 = \frac{105}{4}, \quad b_2 = 0, \quad b_3 = -\frac{105}{48}.$$