

Задания очного тура олимпиады «Ломоносов» по робототехнике 2016/17

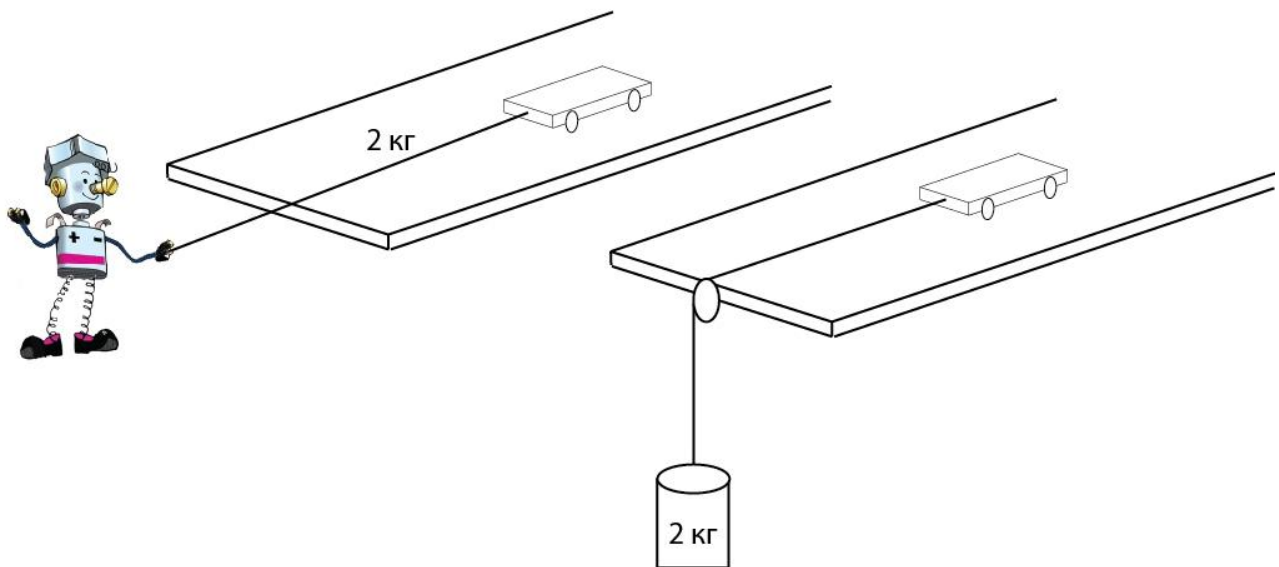
7—9 классы

1. Нашел Самоделкин на складе неисправного R2D2 и инструкцию по ремонту. В инструкции указывалось, что нужно каждый из 17 блоков микросхем соединить проводами с 9 блоками из того же набора по определенной схеме. Сможет ли Самоделкин починить R2D2?

Решение

Подсчитаем количество проводов: число 17×9 нужно поделить пополам, так как каждый провод подсчитан дважды. Но 17×9 нечетное число. Поэтому Самоделкин не сможет починить R2D2.

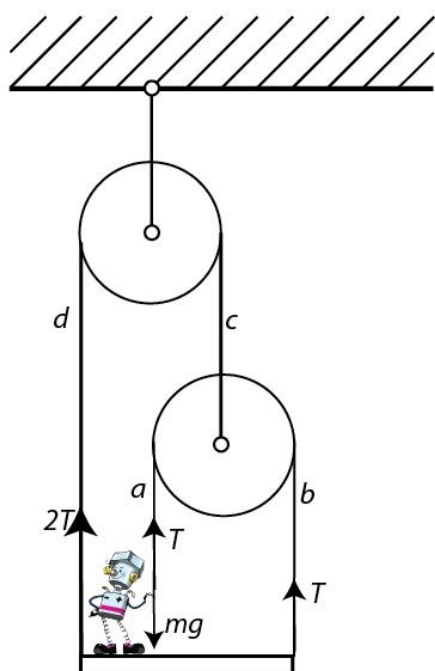
2. Самоделкин решил провести опыт с двумя одинаковыми тележками. К одной он привязал гирию массой 2 кг, а вторую потянул за веревку с усилием 2 кг. Какая из двух тележек быстрее доедет до края стола? Ответ поясните.



Решение

Вес гири сообщает ускорение самой гире и тележке; для второй тележки сила руки приложена только к тележке. Следовательно, эта тележка будет двигаться с большим ускорением и раньше доедет до края стола.

3. С какой силой T должен Самоделкин тянуть веревку, чтобы удержать доску в равновесии, если масса Самоделкина $m=61,3$ кг? Массами доски, веревки и блока можно пренебречь. Ускорение свободного падения считать $g=9,8$ м/с².

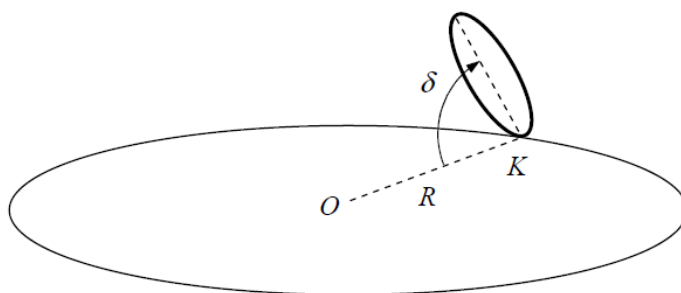


Решение

Пусть Самоделкин тянет веревку a с силой T . Тогда сила натяжения веревки b тоже будет T . Сила натяжения веревки c уравнивает совокупно действие двух параллельных сил T и T , следовательно, она равна $2T$. Тогда сила натяжения веревки d также будет равна $2T$. Доска висит на двух веревках – b и d . Их равнодействующая равна $3T$. Кроме этой силы, направленной вверх, на доску действует направленная вниз сила $mg-T$, где mg – вес Самоделкина, T – сила натяжения веревки a . Так как доска находится в равновесии

$$mg-T=3T, \text{ следовательно } T=mg/4=150,185 \text{ Н.}$$

4. Колесо радиуса r катится без проскальзывания по горизонтальной опорной поверхности так, что точка касания его с опорой K описывает окружность радиуса $R > r$ с центром в точке O ($OK=R$). Плоскость колеса наклонена к опорной плоскости под углом δ (см. Рисунок). По какой кривой движется при этом центр колеса? Как она расположена в пространстве? Какова скорость движения центра колеса, если точка контакта K движется по окружности с постоянной скоростью v ? Ответить на те же вопросы относительно верхней точки колеса, если $R > 2r$.



Решение

Центр колеса описывает окружность, радиус которой равен $R - r \cos \delta$. Эта окружность находится на высоте $r \sin \delta$ над горизонтальной опорной поверхностью. Длина этой окружности равна $2\pi(R - r \cos \delta)$. Время движения точки контакта K по окружности радиуса R равно $2\pi R/v$. Скорость движения центра колеса равна:

$$\frac{2\pi(R - r \cos \delta)}{2\pi R/v} = v \left(1 - \frac{r}{R} \cos \delta\right).$$

При $R > r$ имеет место неравенство $1 - \frac{r}{R} \cos \delta > 0$, и проекция центра колеса на опорную плоскость находится на радиусе OK в течение всего времени движения.

Верхняя точка колеса описывает окружность, радиус которой равен $R - 2r \cos \delta$. Эта окружность находится на высоте $2r \sin \delta$ над горизонтальной опорной поверхностью. Длина этой окружности равна $2\pi(R - 2r \cos \delta)$. Скорость движения верхней точки колеса равна:

$$\frac{2\pi(R - 2r \cos \delta)}{2\pi R/v} = v \left(1 - \frac{2r}{R} \cos \delta\right).$$

При $R > 2r$ имеет место неравенство $1 - \frac{2r}{R} \cos \delta > 0$, и проекция верхней точки колеса на опорную плоскость находится на радиусе OK в течение всего времени движения.