

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова
Олимпиада школьников «Ломоносов» по математике

Задача 1. Три друга-штангиста А, Б и В приехали на соревнования. Они все соревновались в одной весовой категории, и один из них стал победителем. Если вес, поднятый штангистом А, сложить с весом, поднятым штангистом Б, получится 220 кг, если сложить веса, поднятые штангистами А и В, то получится 240 кг, а если сложить веса, поднятые штангистами Б и В, то получится 250 кг. Какой вес поднял победитель соревнований?

Задача 2. Сколько решений в целых числах имеет уравнение

$$\frac{1}{2022} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}?$$

Задача 3. Можно ли на плоскости расположить четыре одинаковых прямоугольника, чтобы ни одна вершина не была общей для всех прямоугольников, но у любых двух прямоугольников была ровно одна общая вершина? (Прямоугольники могут накладываться друг на друга.)

Задача 4. Для бесконечной последовательности чисел x_1, x_2, x_3, \dots при всех натуральных $n \geq 4$ выполняется соотношение $x_n = x_{n-1} \cdot x_{n-3}$. Известно, что $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = -1$. Найдите x_{2022} .

Задача 5. Из цифр a, b, c, d, e составлено пятизначное число \overline{abcde} . Про двузначные числа $\overline{ab}, \overline{bc}, \overline{cd}, \overline{de}$, составленные из тех же цифр, известно, что

$$(\overline{ab} + \overline{bc})(\overline{bc} + \overline{cd})(\overline{cd} + \overline{de}) = 157605.$$

Найдите число \overline{abcde} . Мнозначные числа не могут начинаться с нуля.

Задача 6. В квадратной комнате на каждой стене есть лампочка, которая может гореть одним из семи цветов радуги. В комнате нет лампочек, которые горели бы одним цветом. За один ход человек может поменять цвет одной из лампочек, на тот, которым не горит ни одна лампочка в комнате на момент совершения хода, при этом он тоже изменит цвета на два оставшихся не использованных цвета. (После этого в комнате по-прежнему нет двух лампочек с одинаковыми цветами). Какое наименьшее число ходов нужно совершить, чтобы в результате каждая лампочка погорела каждым из семи цветов?