

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова
Олимпиада школьников «Ломоносов» по математике
Отборочный этап 2020/21 учебного года для 7–8 классов

Задача 1.

В-1

Найдите x :

$$\frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{5 + \frac{1}{x}}}}} = \frac{16}{37}$$

-

В-2

Найдите x :

$$\frac{1}{6 + \frac{1}{7 + \frac{1}{8 + \frac{1}{9 + \frac{1}{x}}}}} = \frac{64}{393}$$

В-3

Найдите x :

$$\frac{1}{5 + \frac{1}{4 + \frac{1}{3 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}}}} = \frac{17}{89}$$

В-4

Найдите x :

$$\frac{1}{4 + \frac{1}{5 + \frac{1}{6 + \frac{1}{7 + \frac{1}{x}}}}} = \frac{67}{281}$$

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова
Олимпиада школьников «Ломоносов» по математике
Отборочный этап 2020/21 учебного года для 7–8 классов

Задача 2.

В-1

В школьном тесте 5 разделов, каждый из которых содержит одинаковое количество вопросов. Антон правильно ответил на 20 вопросов. При этом процент его верных ответов оказался больше 60, но меньше 70. Сколько всего вопросов было в тесте?

В-2

В школьном тесте 4 раздела, каждый из которых содержит одинаковое количество вопросов. Антон правильно ответил на 20 вопросов. При этом процент его верных ответов оказался больше 60, но меньше 70. Сколько всего вопросов было в тесте?

В-3

В школьном тесте 5 разделов, каждый из которых содержит одинаковое количество вопросов. Антон правильно ответил на 20 вопросов. При этом процент его верных ответов оказался больше 50, но меньше 60. Сколько всего вопросов было в тесте?

В-4

В школьном тесте 4 раздела, каждый из которых содержит одинаковое количество вопросов. Антон правильно ответил на 20 вопросов. При этом процент его верных ответов оказался больше 50, но меньше 60. Сколько всего вопросов было в тесте?

Олимпиада школьников «Ломоносов» по математике

Отборочный этап 2020/21 учебного года для 7–8 классов

Задача 3.

В-1

В то время, как на водоной отправился находящийся в 6 минутах от него один львёнок, второй, уже утолив жажду, по той же дороге направился обратно в 1,5 раза быстрее первого. В это же время по той же дороге на водоной отправилась черепаха, находившаяся в 32 минутах от него. Через какое-то время на неё наступил первый львенок, а ещё через какое-то время — второй. Через 28 минут 48 секунд после второго происшествия черепаха дошла до водоной. Сколько минут прошло между двумя происшествиями, если известно, что все трое двигались с постоянными скоростями?

В-2

В то время, как на водоной отправился находящийся в 5 минутах от него один львёнок, второй, уже утолив жажду, по той же дороге направился обратно в 1,5 раза быстрее первого. В это же время по той же дороге на водоной отправилась черепаха, находившаяся в 27 минутах от него. Через какое-то время на неё наступил первый львенок, а ещё через какое-то время — второй. Через 24 минуты 18 секунд после второго происшествия черепаха дошла до водоной. Сколько минут прошло между двумя происшествиями, если известно, что все трое двигались с постоянными скоростями?

В-3

В то время, как на водоной отправился находящийся в 6 минутах от него один львёнок, второй, уже утолив жажду, по той же дороге направился обратно в 2 раза быстрее первого. В это же время по той же дороге на водоной отправилась черепаха, находившаяся в 33 минутах от него. Через какое-то время на неё наступил первый львенок, а ещё через какое-то время — второй. Через 30 минут 48 секунд после второго происшествия черепаха дошла до водоной. Сколько минут прошло между двумя происшествиями, если известно, что все трое двигались с постоянными скоростями?

В-4

В то время, как на водоной отправился находящийся в 6 минутах от него один львёнок, второй, уже утолив жажду, по той же дороге направился обратно в 2 раза быстрее первого. В это же время по той же дороге на водоной отправилась черепаха, находившаяся в 39 минутах от него. Через какое-то время на неё наступил первый львенок, а ещё через какое-то время — второй. Через 36 минут 24 секунды после второго происшествия черепаха дошла до водоной. Сколько минут прошло между двумя происшествиями, если известно, что все трое двигались с постоянными скоростями?

Задача 4.

В-1

Дан квадрат со стороной 5 см. На четырёх его сторонах расположены вершины второго квадрата; на четырёх сторонах второго квадрата — вершины третьего, и т. д. При каком наименьшем натуральном n сумма площадей первых n квадратов гарантированно будет больше, чем 49 см^2 ?

В-2

Дан квадрат со стороной 7 см. На четырёх его сторонах расположены вершины второго квадрата; на четырёх сторонах второго квадрата — вершины третьего, и т. д. При каком наименьшем натуральном n сумма площадей первых n квадратов гарантированно будет больше, чем 97 см^2 ?

В-3

Дан квадрат со стороной 3 см. На четырёх его сторонах расположены вершины второго квадрата; на четырёх сторонах второго квадрата — вершины третьего, и т. д. При каком наименьшем натуральном n сумма площадей первых n квадратов гарантированно будет больше, чем 17 см^2 ?

В-4

Дан квадрат со стороной 9 см. На четырёх его сторонах расположены вершины второго квадрата; на четырёх сторонах второго квадрата — вершины третьего, и т. д. При каком наименьшем натуральном n сумма площадей первых n квадратов гарантированно будет больше, чем 160 см^2 ?

Олимпиада школьников «Ломоносов» по математике

Отборочный этап 2020/21 учебного года для 7–8 классов

Задача 5.

В-1

За круглым столом сидят 1001 человек, каждый из которых — рыцарь (всегда говорит правду) или лжец (всегда лжёт). Оказалось, что рядом с каждым рыцарем сидит ровно один лжец, а рядом с каждым лжецом найдётся рыцарь. Какое наименьшее количество рыцарей может сидеть за столом?

В-2

За круглым столом сидят 2001 человек, каждый из которых — рыцарь (всегда говорит правду) или лжец (всегда лжёт). Оказалось, что рядом с каждым рыцарем сидит ровно один лжец, а рядом с каждым лжецом найдётся рыцарь. Какое наибольшее количество лжецов может сидеть за столом?

В-3

За круглым столом сидят 3001 человек, каждый из которых — рыцарь (всегда говорит правду) или лжец (всегда лжёт). Оказалось, что рядом с каждым рыцарем сидит ровно один лжец, а рядом с каждым лжецом найдётся рыцарь. Какое наименьшее количество рыцарей может сидеть за столом?

В-4

За круглым столом сидят 4001 человек, каждый из которых — рыцарь (всегда говорит правду) или лжец (всегда лжёт). Оказалось, что рядом с каждым рыцарем сидит ровно один лжец, а рядом с каждым лжецом найдётся рыцарь. Какое наибольшее количество лжецов может сидеть за столом?

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова
Олимпиада школьников «Ломоносов» по математике
Отборочный этап 2020/21 учебного года для 7–8 классов

Задача 6.

В-1

Найдите наименьшее натуральное число n , для которого число $n + 2018$ делится на 2020, а число $n + 2020$ делится на 2018.

В-2

Найдите наименьшее натуральное число n , для которого число $n + 2019$ делится на 2020, а число $n + 2020$ делится на 2019.

В-3

Найдите наименьшее натуральное число n , для которого число $n + 2019$ делится на 2021, а число $n + 2021$ делится на 2019.

В-4

Найдите наименьшее натуральное число n , для которого число $n + 2020$ делится на 2022, а число $n + 2022$ делится на 2020.

Олимпиада школьников «Ломоносов» по математике

Отборочный этап 2020/21 учебного года для 7–8 классов

Задача 7.

В-1

Внутри выпуклого 13-угольника расположено 200 точек так, что никакие 3 из этих 213 точек (включая вершины многоугольника) не лежат на одной прямой. Многоугольник разрезается на треугольники, вершины каждого — какие-нибудь три точки из данных 213 точек. Какое наибольшее число треугольников могло получиться?

В-2

Внутри выпуклого 100-угольника расположено 17 точек так, что никакие три из этих 117 точек (включая вершины многоугольника) не лежат на одной прямой. Многоугольник разрезается на треугольники, вершинами каждого из которых являются 3 из данных 117 точек. Какое наибольшее количество треугольников может при этом получиться?

В-3

Внутри выпуклого 200-угольника расположено 13 точек так, что никакие три из этих 213 точек (включая вершины многоугольника) не лежат на одной прямой. Многоугольник разрезается на треугольники, вершинами каждого из которых являются 3 из данных 213 точек. Какое наибольшее количество треугольников может при этом получиться?

В-4

Внутри выпуклого 17-угольника расположено 100 точек так, что никакие три из этих 117 точек (включая вершины многоугольника) не лежат на одной прямой. Многоугольник разрезается на треугольники, вершинами каждого из которых являются 3 из данных 117 точек. Какое наибольшее количество треугольников может при этом получиться?

Олимпиада школьников «Ломоносов» по математике

Отборочный этап 2020/21 учебного года для 7–8 классов

Задача 8.

В-1

Обозначим через $A(n)$ наибольший нечётный делитель числа n . Например, $A(21) = 21$, $A(72) = 9$, $A(64) = 1$. Найдите сумму $A(111) + A(112) + \dots + A(218) + A(219)$.

В-2

Обозначим через $A(n)$ наибольший нечётный делитель числа n . Например, $A(21) = 21$, $A(72) = 9$, $A(64) = 1$. Найдите сумму $A(113) + A(114) + \dots + A(222) + A(223)$.

В-3

Обозначим через $A(n)$ наибольший нечётный делитель числа n . Например, $A(21) = 21$, $A(72) = 9$, $A(64) = 1$. Найдите сумму $A(115) + A(116) + \dots + A(226) + A(227)$.

В-4

Обозначим через $A(n)$ наибольший нечётный делитель числа n . Например, $A(21) = 21$, $A(72) = 9$, $A(64) = 1$. Найдите сумму $A(117) + A(118) + \dots + A(230) + A(231)$.
