

Олимпиада школьников «Ломоносов» по математике, 2019/2020 учебный год  
Задания отборочного этапа для 7–8 классов с ответами и решениями

**1.1.** (2 балла) На двух книжных полках стоят книги по математике, на каждой поровну. Если переставить 5 книг с первой полки на вторую, то на второй полке будет в 2 раза больше книг, чем на первой. Сколько всего книг на обеих полках?

**1.2.** На двух книжных полках стоят книги по математике, на каждой поровну. Если переставить 6 книг с первой полки на вторую, то на второй полке будет в 2 раза больше книг, чем на первой. Сколько всего книг на обеих полках?

**1.3.** На двух книжных полках стоят книги по математике, на каждой поровну. Если переставить 7 книг с первой полки на вторую, то на второй полке будет в 2 раза больше книг, чем на первой. Сколько всего книг на обеих полках?

**1.4.** На двух книжных полках стоят книги по математике, на каждой поровну. Если переставить 8 книг с первой полки на вторую, то на второй полке будет в 2 раза больше книг, чем на первой. Сколько всего книг на обеих полках?

**2.1.** (14 баллов) На турнир по стрельбе от спортивного общества «Вымпел» поехала команда, состоящая из юниоров и мастеров. Среднее число очков, набранных юниорами, оказалось равно 22, мастерами — 47, а среднее число очков во всей команде — 41. Какова доля (в процентах) мастеров в этой команде?

**2.2.** На турнир по стрельбе от спортивного общества «Вымпел» поехала команда, состоящая из юниоров и мастеров. Среднее число очков, набранных юниорами, оказалось равно 22, мастерами — 47, а среднее число очков во всей команде — 41. Какова доля (в процентах) юниоров в этой команде?

**2.3.** На турнир по стрельбе от спортивного общества «Вымпел» поехала команда, состоящая из юниоров и мастеров. Среднее число очков, набранных юниорами, оказалось равно 23, мастерами — 48, а среднее число очков во всей команде — 30. Какова доля (в процентах) мастеров в этой команде?

**2.4.** На турнир по стрельбе от спортивного общества «Вымпел» поехала команда, состоящая из юниоров и мастеров. Среднее число очков, набранных юниорами, оказалось равно 23, мастерами — 48, а среднее число очков во всей команде — 30. Какова доля (в процентах) юниоров в этой команде?

**3.1.** (14 баллов) Вычислите  $x^3 + \frac{1}{x^3}$ , если известно, что  $x + \frac{1}{x} = 3$ .

**3.2.** Вычислите  $x^3 + \frac{1}{x^3}$ , если известно, что  $x + \frac{1}{x} = 4$ .

**3.3.** Вычислите  $x^3 - \frac{1}{x^3}$ , если известно, что  $x - \frac{1}{x} = 2$ .

**3.4.** Вычислите  $x^3 - \frac{1}{x^3}$ , если известно, что  $x - \frac{1}{x} = 3$ .

**4.1.** (14 баллов) Ластик, 3 ручки и 2 фломастера стоят 240 рублей, а 2 ластика, 4 фломастера и 5 ручек стоят 440 рублей. Какова общая стоимость (в рублях) 3 ластика, 4 ручек и 6 фломастеров?

**4.2.** Ластик, 3 ручки и 2 фломастера стоят 250 рублей, а 3 ластика, 6 фломастеров и 8 ручек стоят 690 рублей. Какова общая стоимость (в рублях) 4 ластика, 9 ручек и 8 фломастеров?

**4.3.** Ластик, 3 ручки и 2 фломастера стоят 230 рублей, а 2 ластика, 4 фломастера и 5 ручек стоят 420 рублей. Какова общая стоимость (в рублях) 3 ластика, 4 ручек и 6 фломастеров?

**4.4.** Ластик, 3 ручки и 2 фломастера стоят 230 рублей, а 3 ластика, 6 фломастеров и 8 ручек стоят 620 рублей. Какова общая стоимость (в рублях) 4 ластика, 9 ручек и 8 фломастеров?

**5.1.** (14 баллов) В остроугольном треугольнике  $ABC$  угол  $A$  равен  $35^\circ$ , отрезки  $BB_1$  и  $CC_1$  — высоты, точки  $B_2$  и  $C_2$  — середины сторон  $AC$  и  $AB$  соответственно. Прямые  $B_1C_2$  и  $C_1B_2$  пересекаются в точке  $K$ . Найдите величину (в градусах) угла  $B_1KB_2$ .

**5.2.** В остроугольном треугольнике  $ABC$  угол  $A$  равен  $25^\circ$ , отрезки  $BB_1$  и  $CC_1$  — высоты, точки  $B_2$  и  $C_2$  — середины сторон  $AC$  и  $AB$  соответственно. Прямые  $B_1C_2$  и  $C_1B_2$  пересекаются в точке  $K$ . Найдите величину (в градусах) угла  $C_1KC_2$ .

**5.3.** В остроугольном треугольнике  $ABC$  угол  $A$  равен  $40^\circ$ , отрезки  $BB_1$  и  $CC_1$  — высоты, точки  $B_2$  и  $C_2$  — середины сторон  $AC$  и  $AB$  соответственно. Прямые  $B_1C_2$  и  $C_1B_2$  пересекаются в точке  $K$ . Найдите величину (в градусах) угла  $B_1KB_2$ .

**5.4.** В остроугольном треугольнике  $ABC$  угол  $A$  равен  $20^\circ$ , отрезки  $BB_1$  и  $CC_1$  — высоты, точки  $B_2$  и  $C_2$  — середины сторон  $AC$  и  $AB$  соответственно. Прямые  $B_1C_2$  и  $C_1B_2$  пересекаются в точке  $K$ . Найдите величину (в градусах) угла  $C_1KC_2$ .

**6.1.** (14 баллов) В хижине собрались несколько жителей острова, часть из которых из племени Ах, а остальные из племени Ух. Жители племени Ах всегда говорят правду, а жители племени Ух всегда лгут. Один из жителей сказал: «Нас в хижине не больше 16 человек», а затем добавил: «Все мы из племени Ух». Другой сказал: «Нас в хижине не больше 17 человек», и после заметил: «Некоторые из нас из племени Ах». Третий сказал: «Нас в хижине пятеро», и, оглядев людей вокруг, отметил: «Жителей племени Ух среди нас не меньше трёх». Сколько в хижине жителей из племени Ах?

**6.2.** В хижине собрались несколько жителей острова, часть из которых из племени Ах, а остальные из племени Ух. Жители племени Ах всегда говорят правду, а жители племени Ух всегда лгут. Один из жителей сказал: «Нас в хижине не больше 10 человек», а затем добавил: «Все мы из племени Ух». Другой сказал: «Нас в хижине не больше 11 человек», и после заметил: «Некоторые из нас из племени Ах». Третий сказал: «Нас в хижине пятеро», и, оглядев людей вокруг, отметил: «Жителей племени Ух среди нас не меньше трёх». Сколько в хижине жителей из племени Ах?

**6.3.** В хижине собрались несколько жителей острова, часть из которых из племени Ах, а остальные из племени Ух. Жители племени Ах всегда говорят правду, а жители племени Ух всегда лгут. Один из жителей сказал: «Нас в хижине не больше 13 человек», а затем добавил: «Все мы из племени Ух». Другой сказал: «Нас в хижине не больше 14 человек», и после заметил: «Некоторые из нас из племени Ах». Третий сказал: «Нас в хижине пятеро», и, оглядев людей вокруг, отметил: «Жителей племени Ух среди нас не меньше трёх». Сколько в хижине жителей из племени Ах?

**6.4.** В хижине собрались несколько жителей острова, часть из которых из племени Ах, а остальные из племени Ух. Жители племени Ах всегда говорят правду, а жители племени Ух

всегда лгут. Один из жителей сказал: «Нас в хижине не больше 18 человек», а затем добавил: «Все мы из племени Ух». Другой сказал: «Нас в хижине не больше 19 человек», и после заметил: «Некоторые из нас из племени Ах». Третий сказал: «Нас в хижине пятеро», и, оглядев людей вокруг, отметил: «Жителей племени Ух среди нас не меньше трёх». Сколько в хижине жителей из племени Ах?

**7.1.** (14 баллов) Найдите наибольшее из целых значений  $a$ , при которых уравнение

$$(x - a)(x - 7) + 3 = 0$$

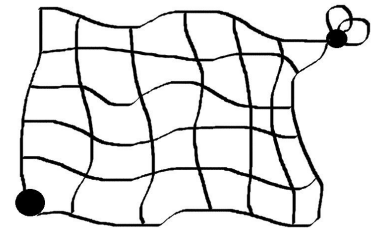
имеет хотя бы один целый корень.

**7.2.** Найдите наибольшее из целых значений  $a$ , при которых уравнение  $(x - a)(x - 9) + 3 = 0$  имеет хотя бы один целый корень.

**7.3.** Найдите наименьшее из целых значений  $a$ , при которых уравнение  $(x - a)(x + 8) + 5 = 0$  имеет хотя бы один целый корень.

**7.4.** Найдите наименьшее из целых значений  $a$ , при которых уравнение  $(x - a)(x + 9) + 5 = 0$  имеет хотя бы один целый корень.

**8.1.** (14 баллов) Целеустремлённый паук хочет доползти до мухи, попавшей в его паутину (см. рисунок). При этом ползти он может только вверх и вправо по нитям паутины. Сколько есть различных способов у паука достигнуть свою цель?



**8.2.** Целеустремленный паук хочет доползти до мухи, попавшей в его паутину (см. рисунок). При этом ползти он может только вверх и вправо по нитям паутины. Сколько есть различных способов у паука достигнуть свою цель?

