МАТЕРИАЛЫ ЗАДАНИЙ

олимпиады школьников «ЛОМОНОСОВ» по математике

2015/2016 учебный год

5-6 класс

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ЛОМОНОСОВ»

Отборочный этап 2015/2016 учебного года

Ответы и решения

5-6 Классы

1. В слове «ЛОМОНОСОВ» замените одинаковые буквы одинаковыми цифрами, а разные — разными, так, чтобы при этом получилось наибольшее возможное число, кратное 90.

   Ответ: 987858180.

2. В тачку Максима Петровича помещается 9 деревянных брусков или 2 бетонных блока, или бетонный блок и 4 бруска, или полный кузов песка. Однажды он перевез за 10 ходок 30 брусков, 9 бетонных блоков и несколько тачек с песком. Сколько тачек с песком он перевез?

   Решение: Если он перевез m тачек первого типа и n — третьего, то $9m + 4n = 30$. Это может быть только при $m = 2, n = 3$. Т.е. он перевез еще 3 тачки второго типа. Остается 2 тачки с песком.

3. Петя и Вася живут в одном доме. Однажды Петя вышел из дома и пошел в школу, а Вася в тот же момент времени вышел из школы и пошел домой. Когда они встретились, Петя прошел 2/5 расстояния от дома до школы, а когда Вася пришел домой, Пете оставалось пройти 150 метров до школы. Найдите расстояние от дома до школы.

   Ответ: 450м.

   Решение: Скорости Пети и Васи относятся как 2:3, значит, когда Вася пришел домой, Петя прошел 2/3, следовательно, ему осталось пройти 1/3.

4. В правильном 7-угольнике провели диагонали AC, AF, BD, BG, CF, DF и DG как показано на рисунке. а) Раскрасьте вершины 7-угольника в красный, синий и зеленый цвета, так, чтобы любые две вершины, соединенные отрезком, были раскрашены в разные цвета. б) Найдите количество вариантов такой раскраски.

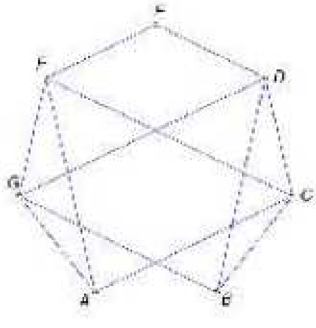
   Ответ: 6.

   Решение: Точки A, C и F красим в три различных цвета, тогда цвета всех других точек определяются однозначно.

5. В последовательности, которая начинается с чисел 2013, 2014, 2015, сумма любых семи последовательных членов составляет 2016. Какое число стоит на 2017 месте?

   Ответ: 2013.

   Решение: Несложно заметить, что последовательность будет периодичной с периодом 7.



6. Длины всех сторон прямоугольного треугольника выражаются целыми числами, при этом длина одного из катетов выражается простым числом, большим 3. Какие остатки при делении на 12 может давать число, выражающее длину другого катета?

Ответ: 0.

Решение: Один из катетов должен быть кратен трем и один четырем, а простое число — не кратно.

7. Число $\underbrace{99\ldots9}_{999\text{ цифр}}$ разложили на простые сомножители. Найдите количество сомножителей, равных 3, в этом разложении.

Ответ: 3^5.

Решение: Обозначим $I(n) = \underbrace{11\ldots1}_{n\text{ цифр}}$. Легко показать, что если $I(n)$ кратно 3^k, то $I(3n)$ кратно 3^{k+1}. Тогда $I(111) \vdots 3$, $I(333) \vdots 3^2$, $I(999) \vdots 3^3$. Число из условия задачи равно $9I(999)$, поэтому оно кратно 3^5.

2015/2016 учебный год

КРИТЕРИИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОБЕДИТЕЛЕЙ И ПРИЗЁРОВ[2]

олимпиады школьников

«ЛОМОНОСОВ»

по математике

5-9 классы

ОТБОРОЧНЫЙ ЭТАП

ПОБЕДИТЕЛЬ:

*От **91** баллов включительно и выше.*

ПРИЗЁР:

*От **70** баллов до **90** баллов включительно.*

ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП

ПОБЕДИТЕЛЬ (диплом I степени):

не присуждать.

ПРИЗЁР (диплом II степени):

***100** баллов включительно.*

ПРИЗЁР (диплом III степени):

*От **80** баллов до **99** баллов включительно.*

[2] *Утверждены на заседании жюри олимпиады школьников «Ломоносов» по математике*