

## Заключительный этап. 8 класс.

1. На день рождения Андрея последней пришла Яна, подарившая ему мяч, а предпоследним — Эдуард, подаривший ему калькулятор. Испытывая калькулятор, Андрей заметил, что произведение количества всех его подарков на количество подарков, которые у него были до прихода Эдуарда, ровно на 16 больше, чем произведение его возраста на количество подарков, которые у него были до прихода Яны. Сколько подарков у Андрея?
2. В равностороннем треугольнике  $ABC$  на стороне  $BC$  выбраны точки  $A_1$  и  $A_2$ , так, что  $BA_1 = A_1A_2 = A_2C$ . На стороне  $AC$  выбрана точка  $B_1$ , так,  $AB_1 : B_1C = 1 : 2$ . Найдите сумму углов  $\angle AA_1B_1 + \angle AA_2B_1$
3. Все натуральные числа разбили на «хорошие» и «плохие» по следующим правилам:
  - а) Из любого плохого числа можно вычесть некоторое натуральное число, не превосходящее его половины так, чтобы получившаяся разность стала «хорошей».
  - б) Из «хорошего» числа нельзя вычесть не более половины, так, чтобы оно осталось «хорошим».Известно, что число 1 — «хорошее». Найдите ближайшее к 2015 хорошее число.
4. В треугольнике  $\triangle ABC$ , основание  $AB$  которого лежит на оси абсцисс, проведены высоты  $AM$ ,  $BN$  и  $CK$ . Найдите длину основания  $AB$ , если известны координаты точек  $M(2, 2)$  и  $N(4, 4)$ .
5. В некоторой стране алфавит состоит из трёх букв: «М», «Г» и «У». Словом называется любая состоящая из этих букв конечная последовательность, в которой две согласные не могут стоять рядом и две гласные не могут стоять рядом. Сколько в этой стране состоящих из 200 букв слов, которые содержат каждую из трёх букв хотя бы по разу?
6. График квадратичной функции  $f(x) = x^2 + 2px - p^2 + 7p - 2015$  пересекает координатные оси в трех точках:  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Найдите значение  $p$ , при котором произведение длин отрезков  $OA \times OB \times OC$  будет наименьшим.