

Олимпиада «ЛОМОНОСОВ – 2014-2015»

МАТЕМАТИКА

Отборочный этап. 10 – 11 класс. Тур 1.

Задание для разминки

1. Второй член геометрической прогрессии равен 5, а третий член равен 1. Найдите первый член этой прогрессии.

2. Найдите площадь прямоугольного треугольника, катет которого равен 6, а гипотенуза равна 10.

Основное задание

1.1. Бизнесмены Иванов, Петров и Сидоров решили создать автопредприятие. Иванов купил для предприятия 70 одинаковых автомобилей, Петров – 40 таких же автомобилей, а Сидоров внес в предприятие 44 миллиона рублей. Известно, что Иванов и Петров могут поделить эти деньги между собой так, что вклад в общее дело каждого из трех бизнесменов будет одинаковым. Сколько денег полагается Иванову? Ответ дать в миллионах рублей.

1.2. Бизнесмены Иванов, Петров и Сидоров решили создать автопредприятие. Иванов купил для предприятия 70 одинаковых автомобилей, Петров – 40 таких же автомобилей, а Сидоров внес в предприятие 33 миллиона рублей. Известно, что Иванов и Петров могут поделить эти деньги между собой так, что вклад в общее дело каждого из трех бизнесменов будет одинаковым. Сколько денег полагается Иванову? Ответ дать в миллионах рублей.

1.3. Выпускники престижного колледжа Александр, Борис и Валерий решили создать компьютерную фирму. Александр купил для фирмы 30 одинаковых компьютеров, Борис – 50 таких же компьютеров, а Валерий внес в предприятие 24 тысячи долларов. Известно, что Александр и Борис могут поделить эти деньги между собой так, что вклад в общее дело каждого из трех молодых людей будет одинаковым. Сколько денег полагается Борису? Ответ дать в тысячах долларов.

1.4. Выпускники престижного колледжа Александр, Борис и Валерий решили создать компьютерную фирму. Александр купил для фирмы 30 одинаковых компьютеров, Борис – 50 таких же компьютеров, а Валерий внес в предприятие 32 тысячи долларов. Известно, что Александр и Борис могут поделить эти деньги между собой так, что вклад в общее дело каждого из трех молодых людей будет одинаковым. Сколько денег полагается Борису? Ответ дать в тысячах долларов.

1.5. Фермеры Иван, Петр и Федор решили создать молочную ферму. Иван купил для фермы 90 коров (все по одной цене), Петр – 80 таких же коров, а Федор внес в предприятие 34 тысячи долларов. Известно, что Иван и Петр могут поделить эти деньги между собой так, что вклад в общее дело каждого из трех фермеров будет одинаковым. Сколько денег полагается Ивану? Ответ дать в тысячах долларов.

1.6. Фермеры Иван, Петр и Федор решили создать молочную ферму. Иван купил для фермы 90 коров (все по одной цене), Петр – 80 таких же коров, а Федор внес в предприятие 51 тысячу долларов. Известно, что Иван и Петр могут поделить эти деньги между собой так, что вклад в общее дело каждого из трех фермеров будет одинаковым. Сколько денег полагается Ивану? Ответ дать в тысячах долларов.

1.7. Три подруги Елена, Ольга и Татьяна решили открыть маленький бутик готового платья. Елена купила для магазина 80 платьев (все по одной цене), Ольга – 50 таких же платьев, а Татьяна внесла в предприятие 156 тысяч рублей. Известно, что Елена и Ольга могут поделить эти деньги между собой так, что вклад в общее дело каждой из трех девушек будет одинаковым. Сколько денег полагается Елене? Ответ дать в тысячах рублей.

1.8. Три подруги Елена, Ольга и Татьяна решили открыть маленький бутик готового платья. Елена купила для магазина 80 платьев (все по одной цене), Ольга – 50 таких же платьев, а Татьяна внесла в предприятие 234 тысячи рублей. Известно, что Елена и Ольга могут поделить эти деньги между собой так, что вклад в общее дело каждой из трех девушек будет одинаковым. Сколько денег полагается Елене? Ответ дать в тысячах рублей.

2.1. Сколько 9-значных чисел, делящихся на 5, можно составить путём перестановки цифр числа 377 353 752?

2.2. Сколько 9-значных чисел, делящихся на 2, можно составить путём перестановки цифр числа 131 152 152?

2.3. Сколько 9-значных чисел, делящихся на 5, можно составить путём перестановки цифр числа 137 153 751?

2.4. Сколько 9-значных чисел, делящихся на 2, можно составить путём перестановки цифр числа 231 157 152?

3.1. Определите площадь полной поверхности куба, если расстояние между непересекающимися диагоналями двух смежных граней этого куба равно 8. В случае, если ответ будет нецелым числом, округлите его до ближайшего целого.

3.2. Определите площадь полной поверхности куба, если расстояние между непересекающимися диагоналями двух смежных граней этого куба равно 3. В случае, если ответ будет нецелым числом, округлите его до ближайшего целого.

3.3. Определите площадь полной поверхности куба, если расстояние между непересекающимися диагоналями двух смежных граней этого куба равно 4. В случае, если ответ будет нецелым числом, округлите его до ближайшего целого.

3.4. Определите площадь полной поверхности куба, если расстояние между непересекающимися диагоналями двух смежных граней этого куба равно 5. В случае, если ответ будет нецелым числом, округлите его до ближайшего целого.

3.5. Определите площадь полной поверхности куба, если расстояние между непересекающимися диагоналями двух смежных граней этого куба равно 6. В случае, если ответ будет нецелым числом, округлите его до ближайшего целого.

3.6. Определите площадь полной поверхности куба, если расстояние между непересекающимися диагоналями двух смежных граней этого куба равно 7. В случае, если ответ будет нецелым числом, округлите его до ближайшего целого.

3.7. Определите расстояние между непересекающимися диагоналями двух смежных граней куба, если площадь полной поверхности этого куба равна 162. В случае, если ответ будет нецелым числом, округлите его до ближайшего целого.

3.8. Определите расстояние между непересекающимися диагоналями двух смежных граней куба, если площадь полной поверхности этого куба равна 288. В случае, если ответ будет нецелым числом, округлите его до ближайшего целого.

3.9. Определите расстояние между непересекающимися диагоналями двух смежных граней куба, если площадь полной поверхности этого куба равна 450. В случае, если ответ будет нецелым числом, округлите его до ближайшего целого.

3.10. Определите расстояние между непересекающимися диагоналями двух смежных граней куба, если площадь полной поверхности этого куба равна 648. В случае, если ответ будет нецелым числом, округлите его до ближайшего целого.

3.11. Определите расстояние между непересекающимися диагоналями двух смежных граней куба, если площадь полной поверхности этого куба равна 882. В случае, если ответ будет нецелым числом, округлите его до ближайшего целого.

3.12. Определите расстояние между непересекающимися диагоналями двух смежных граней куба, если площадь полной поверхности этого куба равна 1152. В случае, если ответ будет нецелым числом, округлите его до ближайшего целого.

4.1. Найдите сумму всех корней уравнения $x^2 - 31x + 220 = 2^x(31 - 2x - 2^x)$.

4.2. Найдите сумму всех корней уравнения $x^2 - 41x + 330 = 3^x(41 - 2x - 3^x)$.

4.3. Найдите сумму всех корней уравнения $4x^2 - 58x + 190 = (29 - 4x - \log_2 x) \cdot \log_2 x$.

4.4. Найдите сумму всех корней уравнения $4x^2 - 44x + 40 = (22 - 4x - \log_3 x) \cdot \log_3 x$.

5.1. Среди всех простых дробей, числитель и знаменатель которых являются двузначными числами, найдите наименьшую дробь, большую чем $\frac{3}{4}$. В ответе укажите её числитель.

5.2. Среди всех простых дробей, числитель и знаменатель которых являются двузначными числами, найдите наименьшую дробь, большую чем $\frac{5}{6}$. В ответе укажите её числитель.

5.3. Среди всех простых дробей, числитель и знаменатель которых являются двузначными числами, найдите наименьшую дробь, большую чем $\frac{4}{5}$. В ответе укажите её числитель.

5.4. Среди всех простых дробей, числитель и знаменатель которых являются двузначными числами, найдите наименьшую дробь, большую чем $\frac{5}{7}$. В ответе укажите её числитель.

5.5. Среди всех простых дробей, числитель и знаменатель которых являются двузначными числами, найдите наименьшую дробь, большую чем $\frac{3}{5}$. В ответе укажите её числитель.

5.6. Среди всех простых дробей, числитель и знаменатель которых являются двузначными числами, найдите наименьшую дробь, большую чем $\frac{4}{9}$. В ответе укажите её числитель.

6.1. В неравнобедренном треугольнике ABC один из углов равен разности двух других и один из углов в два раза больше другого. Биссектрисы углов A , B и C пересекают описанную вокруг треугольника окружность в точках L , O и M соответственно. Найдите площадь треугольника LOM , если площадь треугольника ABC равна 8. В случае, если ответ будет нецелым числом, округлите его до ближайшего целого.

6.2. В неравнобедренном треугольнике ABC один из углов равен разности двух других и один из углов в два раза больше другого. Биссектрисы углов A , B и C пересекают описанную вокруг треугольника окружность в точках L , O и M соответственно. Найдите площадь треугольника LOM , если площадь треугольника ABC равна 2. В случае, если ответ будет нецелым числом, округлите его до ближайшего целого.

6.3. В неравнобедренном треугольнике ABC один из углов равен разности двух других и один из углов в два раза больше другого. Биссектрисы углов A , B и C пересекают описанную вокруг треугольника окружность в точках L , O и M соответственно. Найдите площадь треугольника LOM , если площадь треугольника ABC равна 32. В случае, если ответ будет нецелым числом, округлите его до ближайшего целого.

6.4. В неравнобедренном треугольнике ABC один из углов равен разности двух других и один из углов в два раза больше другого. Биссектрисы углов A , B и C пересекают описанную вокруг треугольника окружность в точках L , O и M соответственно. Найдите площадь треугольника LOM , если площадь треугольника ABC равна 20. В случае, если ответ будет нецелым числом, округлите его до ближайшего целого.

7.1. Вычислить: $4 \left(\sin^3 \frac{49\pi}{48} \cos \frac{49\pi}{16} + \cos^3 \frac{49\pi}{48} \sin \frac{49\pi}{16} \right) \cos \frac{49\pi}{12}.$

7.2. Вычислить: $4 \left(\sin^3 \frac{47\pi}{48} \cos \frac{47\pi}{16} + \cos^3 \frac{47\pi}{48} \sin \frac{47\pi}{16} \right) \cos \frac{47\pi}{12}.$

7.3. Вычислить: $4\sqrt{3} \left(\sin^3 \frac{11\pi}{24} \cos \frac{11\pi}{8} + \cos^3 \frac{11\pi}{24} \sin \frac{11\pi}{8} \right) \cos \frac{11\pi}{6}.$

7.4. Вычислить: $4\sqrt{3}\left(\sin^3\frac{13\pi}{24}\cos\frac{13\pi}{8}+\cos^3\frac{13\pi}{24}\sin\frac{13\pi}{8}\right)\cos\frac{13\pi}{6}$.

7.5. Вычислить: $10\sqrt{2}\left(\sin^3\frac{7\pi}{32}\cos\frac{21\pi}{32}+\cos^3\frac{7\pi}{32}\sin\frac{21\pi}{32}\right)\cos\frac{7\pi}{8}$.

7.6. Вычислить: $10\sqrt{2}\left(\sin^3\frac{3\pi}{32}\cos\frac{9\pi}{32}+\cos^3\frac{3\pi}{32}\sin\frac{9\pi}{32}\right)\cos\frac{3\pi}{8}$.

8.1. Решив неравенство $\sqrt{x^2-3x-54}-\sqrt{x^2-27x+162}<8\sqrt{\frac{x+6}{x-9}}$, найдите сумму его целых решений, принадлежащих отрезку $[-25; 25]$.

8.2. Решив неравенство $\sqrt{x^2-x-56}-\sqrt{x^2-25x+136}<8\sqrt{\frac{x+7}{x-8}}$, найдите сумму его целых решений, принадлежащих отрезку $[-25; 25]$.

8.3. Решив неравенство $\sqrt{x^2+3x-54}-\sqrt{x^2+27x+162}<8\sqrt{\frac{x-6}{x+9}}$, найдите сумму его целых решений, принадлежащих отрезку $[-25; 25]$.

8.4. Решив неравенство $\sqrt{x^2+x-56}-\sqrt{x^2+25x+136}<8\sqrt{\frac{x-7}{x+8}}$, найдите сумму его целых решений, принадлежащих отрезку $[-25; 25]$.

9.1. Найдите наибольшее значение выражения $\left(\sqrt{8-4\sqrt{3}}\sin x-3\sqrt{2(1+\cos 2x)}-2\right)\cdot\left(3+2\sqrt{11-\sqrt{3}}\cos y-\cos 2y\right)$. В случае, если ответ будет нецелым числом, округлите его до ближайшего целого.

9.2. Найдите наименьшее значение выражения $\left(3\sqrt{2(1+\cos 2x)}-\sqrt{8-4\sqrt{3}}\sin x+2\right)\cdot\left(3+2\sqrt{11-\sqrt{3}}\cos y-\cos 2y\right)$. В случае, если ответ будет нецелым числом, округлите его до ближайшего целого.

9.3. Найдите наибольшее значение выражения $\left(\sqrt{3-\sqrt{2}}\sin x-\sqrt{2(1+\cos 2x)}-1\right)\cdot\left(3+2\sqrt{7-\sqrt{2}}\cos y-\cos 2y\right)$. В случае, если ответ будет нецелым числом, округлите его до ближайшего целого.

9.4. Найдите наименьшее значение выражения

$\left(\sqrt{2(1+\cos 2x)} - \sqrt{3-\sqrt{2}} \sin x + 1\right) \cdot \left(3 + 2\sqrt{7-\sqrt{2}} \cos y - \cos 2y\right)$. В случае, если ответ будет нецелым числом, округлите его до ближайшего целого.

9.5. Найдите наибольшее значение выражения

$\left(\sqrt{36-4\sqrt{5}} \sin x - \sqrt{2(1+\cos 2x)} - 2\right) \cdot \left(3 + 2\sqrt{10-\sqrt{5}} \cos y - \cos 2y\right)$. В случае, если ответ будет нецелым числом, округлите его до ближайшего целого.

9.6. Найдите наименьшее значение выражения

$\left(\sqrt{2(1+\cos 2x)} - \sqrt{36-4\sqrt{5}} \sin x + 2\right) \cdot \left(3 + 2\sqrt{10-\sqrt{5}} \cos y - \cos 2y\right)$. В случае, если ответ будет нецелым числом, округлите его до ближайшего целого.

9.7. Найдите наибольшее значение выражения

$\left(\sqrt{9-\sqrt{7}} \sin x - \sqrt{2(1+\cos 2x)} - 1\right) \cdot \left(3 + 2\sqrt{13-\sqrt{7}} \cos y - \cos 2y\right)$. В случае, если ответ будет нецелым числом, округлите его до ближайшего целого.

9.8. Найдите наименьшее значение выражения

$\left(\sqrt{2(1+\cos 2x)} - \sqrt{9-\sqrt{7}} \sin x + 1\right) \cdot \left(3 + 2\sqrt{13-\sqrt{7}} \cos y - \cos 2y\right)$. В случае, если ответ будет нецелым числом, округлите его до ближайшего целого.

10.1. Найдите такое наибольшее целое k , что хотя бы для одного натурального $n > 1000$ число $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$ делится на 2^{n+k+2} .

10.2. Найдите такое наибольшее целое n , что хотя бы для одного натурального $m > 500$ число $m! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot m$ делится на 2^{m+n+3} .

10.3. Найдите такое наибольшее целое k , что хотя бы для одного натурального $n > 2000$ число $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$ делится на 2^{n+k+4} .

10.4. Найдите такое наибольшее целое n , что хотя бы для одного натурального $m > 10000$ число $m! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot m$ делится на 2^{m+n+5} .

Отборочный этап. 10 – 11 классы. Тур 2.

Задания для разминки

::1:: Из пункта A в пункт B , расстояние между которыми равно 15 км, вышел пешеход. Одновременно навстречу ему из B выехал велосипедист, скорость которого в два раза больше скорости пешехода. Через час они встретились. Найдите скорость велосипедиста (в километрах в час).

::2:: Найдите площадь треугольника, ограниченного прямой $y = 4 - 2x$ и координатными осями.

Основное задание

::1.1:: Средняя оценка на ЕГЭ по математике всех выпускников школы, в которой два выпускных класса, оказалась равна 58 баллам. При этом средняя оценка у учеников 11 «А» класса составляет 54,5 балла, а у учеников 11 «Б» класса – 62 балла. Сколько учеников в 11 «Б» классе, если известно, что по нормативам в классе должно быть не меньше 22 и не больше 39 учеников?

::1.2:: Средняя оценка на ЕГЭ по математике всех выпускников школы, в которой два выпускных класса, оказалась равна 59 баллам. При этом средняя оценка у учеников 11 «А» класса составляет 55,5 балла, а у учеников 11 «Б» класса – 64 балла. Сколько учеников в 11 «А» классе, если известно, что по нормативам в классе должно быть не меньше 15 и не больше 39 учеников?

::1.3:: Средняя оценка на ЕГЭ по математике всех выпускников школы, в которой два выпускных класса, оказалась равна 57 баллам. При этом средняя оценка у учеников 11 «А» класса составляет 52,5 балла, а у учеников 11 «Б» класса – 62 балла. Сколько учеников в 11 «Б» классе, если известно, что по нормативам в классе должно быть не меньше 19 и не больше 39 учеников?

::1.4:: Средняя оценка на ЕГЭ по математике всех выпускников школы, в которой два выпускных класса, оказалась равна 56 баллам. При этом средняя оценка у учеников 11 «А» класса составляет 53,5 балла, а у учеников 11 «Б» класса – 58 баллов. Сколько учеников в 11 «А» классе, если известно, что по нормативам в классе должно быть не меньше 21 и не больше 34 учеников?

::1.5:: Средняя оценка на ЕГЭ по математике всех выпускников школы, в которой два выпускных класса, оказалась равна 55 баллам. При этом средняя оценка у учеников 11 «А» класса составляет 52,5 балла, а у учеников 11 «Б» класса – 59 баллов. Сколько учеников в 11 «Б» классе, если известно, что по нормативам в классе должно быть не меньше 16 и не больше 39 учеников?

::1.6:: Средняя оценка на ЕГЭ по математике всех выпускников школы, в которой два выпускных класса, оказалась равна 54 баллам. При этом средняя оценка у учеников 11 «А» класса составляет 50,5 балла, а у учеников 11 «Б» класса – 56 баллов. Сколько учеников в 11 «А» классе, если известно, что по нормативам в классе должно быть не меньше 13 и не больше 34 учеников?

::1.7:: Средняя оценка на ЕГЭ по математике всех выпускников школы, в которой два выпускных класса, оказалась равна 53 баллам. При этом средняя оценка у учеников 11 «А» класса составляет 48,5 балла, а у учеников 11 «Б» класса – 57 баллов. Сколько учеников в 11 «Б» классе, если известно, что по нормативам в классе должно быть не меньше 17 и не больше 35 учеников?

::1.8:: Средняя оценка на ЕГЭ по математике всех выпускников школы, в которой два выпускных класса, оказалась равна 60 баллам. При этом средняя оценка у учеников 11 «А» класса составляет 55,5 балла, а у учеников 11 «Б» класса – 63,5 балла. Сколько учеников в 11 «А» классе, если известно, что по нормативам в классе должно быть не меньше 15 и не больше 35 учеников?

::1.9:: Средняя оценка на ЕГЭ по математике всех выпускников школы, в которой два выпускных класса, оказалась равна 61 баллу. При этом средняя оценка у учеников 11 «А» класса составляет 58 баллов, а у учеников 11 «Б» класса – 64,5 балла. Сколько учеников в 11 «Б» классе, если известно, что по нормативам в классе должно быть не меньше 19 и не больше 34 учеников?

::1.10:: Средняя оценка на ЕГЭ по математике всех выпускников школы, в которой два выпускных класса, оказалась равна 62 баллам. При этом средняя оценка у учеников 11 «А» класса составляет 59,5 балла, а у учеников 11 «Б» класса – 65,5 балла. Сколько учеников в 11 «А» классе, если известно, что по нормативам в классе должно быть не меньше 16 и не больше 34 учеников?

::1.11:: Средняя оценка на ЕГЭ по математике всех выпускников школы, в которой два выпускных класса, оказалась равна 63 баллам. При этом средняя оценка у учеников 11 «А» класса составляет 60,5 балла, а у учеников 11 «Б» класса – 66 баллов. Сколько учеников в 11 «Б» классе, если известно, что по нормативам в классе должно быть не меньше 16 и не больше 29 учеников?

::1.12:: Средняя оценка на ЕГЭ по математике всех выпускников школы, в которой два выпускных класса, оказалась равна 64 баллам. При этом средняя оценка у учеников 11 «А» класса составляет 62,5 балла, а у учеников 11 «Б» класса – 66,5 балла. Сколько учеников в 11 «А» классе, если известно, что по нормативам в классе должно быть не меньше 16 и не больше 34 учеников?

::2.1:: Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\frac{(a-4)x^2+6x-2}{x-2}=0$ имеет ровно один корень. В ответе укажите сумму всех таких значений a .

::2.2:: Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\frac{(a-1)x^2-4x+1}{x-1}=0$ имеет ровно один корень. В ответе укажите сумму всех таких значений a .

::2.3:: Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\frac{(a-6)x^2+8x-4}{x-2}=0$ имеет ровно один корень. В ответе укажите сумму всех таких значений a .

::2.4:: Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\frac{(a+1)x^2-6x+2}{x-2}=0$ имеет ровно один корень. В ответе укажите сумму всех таких значений a .

::3.1:: Старуха Шапокляк решила обзавестись коллекцией из 50 саквояжей. В магазине ей на выбор предложили оранжевые, зеленые, фиолетовые и голубые саквояжи. Сколькими способами она может сделать покупку? Саквояжи одного цвета считаются идентичными.

::3.2:: Старуха Шапокляк решила обзавестись коллекцией из 48 саквояжей. В магазине ей на выбор предложили оранжевые, зелёные и голубые саквояжи. Сколькими способами она может сделать покупку? (Саквояжи одного цвета считаются идентичными).

::3.3:: Старуха Шапокляк решила обзавестись коллекцией из 50 саквояжей. В магазине ей на выбор предложили оранжевые, зелёные и голубые саквояжи. Сколькими способами она может сделать покупку? (Саквояжи одного цвета считаются идентичными).

::3.4:: Старуха Шапокляк решила обзавестись коллекцией из 49 саквояжей. В магазине ей на выбор предложили оранжевые, зелёные, фиолетовые и голубые саквояжи. Сколькими способами она может сделать покупку? Саквояжи одного цвета считаются идентичными.

::3.5:: Старуха Шапокляк решила обзавестись коллекцией из 48 саквояжей. В магазине ей на выбор предложили оранжевые, зелёные, фиолетовые и голубые саквояжи. Сколькими способами она может сделать покупку? (Саквояжи одного цвета считаются идентичными).

::3.6:: Старуха Шапокляк решила обзавестись коллекцией из 52 саквояжей. В магазине ей на выбор предложили оранжевые, зелёные и голубые саквояжи. Сколькими способами она может сделать покупку? (Саквояжи одного цвета считаются идентичными).

::4.1:: Найдите все четырёхзначные числа, которые при делении на 71 дают в остатке 27, а при делении на 79 дают в остатке 40. В ответ запишите сумму всех таких чисел.

::4.2:: Найдите все четырёхзначные числа, которые при делении на 79 дают в остатке 39, а при делении на 83 дают в остатке 22. В ответ запишите сумму всех таких чисел.

::4.3:: Найдите все четырёхзначные числа, которые при делении на 61 дают в остатке 53, а при делении на 71 дают в остатке 17. В ответ запишите сумму всех таких чисел.

::4.4:: Найдите все четырёхзначные числа, которые при делении на 67 дают в остатке 27, а при делении на 73 дают в остатке 72. В ответ запишите сумму всех таких чисел.

::4.5:: Найдите все четырёхзначные числа, которые при делении на 59 дают в остатке 45, а при делении на 71 дают в остатке 16. В ответ запишите сумму всех таких чисел.

::4.6:: Найдите все четырёхзначные числа, которые при делении на 61 дают в остатке 20, а при делении на 67 дают в остатке 41. В ответ запишите сумму всех таких чисел.

::4.7:: Найдите все четырёхзначные числа, которые при делении на 79 дают в остатке 17, а при делении на 89 дают в остатке 64. В ответ запишите сумму всех таких чисел.

::4.8:: Найдите все четырёхзначные числа, которые при делении на 73 дают в остатке 32, а при делении на 79 дают в остатке 52. В ответ запишите сумму всех таких чисел.

::5.1:: Найдите все значения $y \in [2014; 2015]$, при каждом из которых уравнение

$$\left(\sin x \cos x + \sin^3 x \cos x + \frac{\sin^5 x}{\cos x} \right)^2 + \frac{\cos 2x}{\sin^2 x} + \cos(8\pi y) = 0$$

имеет решение. В ответ внесите сумму всех таких y , при необходимости округлив ее до двух знаков после запятой.

::5.2:: Найдите все значения $y \in [2014; 2015]$, при каждом из которых уравнение

$$\left(\cos x \sin x + \cos^3 x \sin x + \frac{\cos^5 x}{\sin x} \right)^2 - \frac{\cos 2x}{\cos^2 x} + \sin(9\pi y) = 0$$

имеет решение. В ответ внесите сумму всех таких y , при необходимости округлив ее до двух знаков после запятой.

::5.3:: Найдите все значения $y \in [2014; 2015]$, при каждом из которых уравнение

$$\left(\sin x \cos^3 x + \sin^3 x \cos x + \frac{\sin^3 x}{\cos x} \right)^2 + \frac{2 \cos 2x + 2}{\sin^2 2x} - 3 \sin(8\pi y) = 0$$

::5.4:: Найдите все значения $y \in [2014; 2015]$, при каждом из которых уравнение

$$\left(\cos x \sin^3 x + \cos^3 x \sin x + \frac{\cos^3 x}{\sin x} \right)^2 - \frac{2 \cos 2x - 2}{\sin^2 2x} + 3 \cos(10\pi y) = 0$$

имеет решение. В ответ внесите сумму всех таких y , при необходимости округлив ее до двух знаков после запятой.

::6.1:: В треугольнике ABC проведены высоты BM и CN , при этом $BC = 36$, $MN = 12$. В треугольник вписана окружность с центром O . Какое наибольшее значение может принимать при данных условиях радиус описанной около треугольника BOC окружности? При необходимости округлите это число до двух знаков после запятой.

::6.2:: В треугольнике ABC проведены высоты BM и CN , при этом $BC = 12$, $MN = 8$. В треугольник вписана окружность с центром O . Какое наибольшее значение может принимать при данных условиях радиус описанной около треугольника BOC окружности? При необходимости округлите это число до двух знаков после запятой.

::6.3:: В треугольнике ABC проведены высоты BM и CN , при этом $BC = 20$, $MN = 4$. В треугольник вписана окружность с центром O . Какое наибольшее значение может принимать при данных условиях радиус описанной около треугольника BOC окружности? При необходимости округлите это число до двух знаков после запятой.

::6.4:: В треугольнике ABC проведены высоты BM и CN , при этом $BC = 24$, $MN = 6$. В треугольник вписана окружность с центром O . Какое наибольшее значение может принимать при данных условиях радиус описанной около треугольника BOC окружности? При необходимости округлите это число до двух знаков после запятой.

::6.5:: В треугольнике ABC проведены высоты BM и CN , при этом $BC = 18$, $MN = 12$. В треугольник вписана окружность с центром O . Какое наибольшее значение может принимать при данных условиях радиус описанной около треугольника BOC окружности? При необходимости округлите это число до двух знаков после запятой.

::6.6:: В треугольнике ABC проведены высоты BM и CN , при этом $BC = 20$, $MN = 8$. В треугольник вписана окружность с центром O . Какое наибольшее значение может принимать при данных условиях радиус описанной около треугольника BOC окружности? При необходимости округлите это число до двух знаков после запятой.

::7.1:: Найдите сумму корней уравнения $\frac{\log_2^2 3}{(x+10)^2} - 2 \frac{\log_3^2 16}{(x-10)^2} = \left(\frac{2}{\sqrt{x^2 - 100}} \right)^2$ и укажите в ответе ближайшее к ней целое число. Для округления можно принять $\log_2 3 = 1,585$.

::7.2:: Найдите сумму корней уравнения $\frac{\log_3^2 5}{x+10} - 2 \frac{\log_5^2 81}{x-10} = \left(\frac{2}{\sqrt{x^2 - 100}} \right)^2$ и укажите в ответе ближайшее к ней целое число. Для округления можно принять $\log_3 5 = 1,465$.

::7.3:: Найдите сумму корней уравнения $\frac{\log_3^2 5}{(x+11)^2} - 2 \frac{\log_5^2 81}{(x-11)^2} = \left(\frac{2}{\sqrt{x^2 - 121}} \right)^2$ и укажите в ответе ближайшее к ней целое число. Для округления можно принять $\log_3 5 = 1,465$.

::7.4:: Найдите сумму корней уравнения $\frac{\log_2^2 3}{(x+10)^2} - 2 \frac{\log_3^2 16}{(x-10)^2} + \left(\frac{2}{\sqrt{x^2 - 100}} \right)^2 = 0$ и укажите в ответе ближайшее к ней целое число. Для округления можно принять $\log_2 3 = 1,585$.

::7.5:: Найдите сумму корней уравнения $\frac{\log_3^2 5}{(x+11)^2} - 2 \frac{\log_5^2 81}{(x-11)^2} + \left(\frac{2}{\sqrt{x^2 - 121}} \right)^2 = 0$ и укажите в ответе ближайшее к ней целое число. Для округления можно принять $\log_3 5 = 1,465$.

::8.1:: Найдите все значения x , при которых числа $6\operatorname{tg}\left(\frac{\pi x}{6}\right)$, $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi x}{3}\right)$ и $4\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi x}{2}\right)$, взятые в указанном порядке, образуют арифметическую прогрессию. Из этих значений x выберите принадлежащие отрезку $\left[\frac{3}{2}; 12\right]$ и запишите в ответ их сумму.

::8.2:: Найдите все значения x , при которых числа $4\operatorname{ctg}(\pi x)$, $\operatorname{tg}\left(\frac{2\pi x}{3}\right)$ и $6\operatorname{tg}\left(\frac{\pi x}{3}\right)$, взятые в указанном порядке, образуют арифметическую прогрессию. Из этих значений x выберите принадлежащие отрезку $[3; 9]$ и запишите в ответ их сумму.

::8.3:: Найдите все значения x , при которых числа $6\operatorname{tg}\left(\frac{\pi x}{2}\right)$, $\operatorname{tg}(\pi x)$ и $4\operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi x}{2}\right)$, взятые в указанном порядке, образуют арифметическую прогрессию. Из этих значений x выберите принадлежащие отрезку $\left[\frac{9}{2}; 36\right]$ и запишите в ответ их сумму.

::8.4:: Найдите все значения x , при которых числа $4\operatorname{ctg}(2\pi x)$, $\operatorname{tg}\left(\frac{4\pi x}{3}\right)$ и $6\operatorname{tg}\left(\frac{2\pi x}{3}\right)$, взятые в указанном порядке, образуют арифметическую прогрессию. Из этих значений x выберите принадлежащие отрезку $[6; 18]$ и запишите в ответ их сумму.

::9.1:: Каждая из сторон неравнобедренного треугольника может принимать одно из 16-ти различных фиксированных значений, наибольшее из которых не превосходит удвоенного наименьшего. Каково максимальное количество различных тупоугольных треугольников среди указанных?

::10.1:: Вокруг плоского четырехугольника $ABCD$ со сторонами $AB=10$, $BC=12$, $CD=16$ и $AD=10\sqrt{3}$ можно описать окружность. Дана такая точка S , что $SA=12$, $SB=14$, $SC=13$. Найдите косинус угла между прямыми SA и BC . При необходимости округлите это число до двух знаков после запятой.

::10.2:: Вокруг плоского четырехугольника $ABCD$ со сторонами $AB=30$, $BC=17\sqrt{3}$, $CD=17$ и $AD=16$ можно описать окружность. Дана такая точка S , что $SA=34$, $SB=35$, $SC=36$. Найдите косинус угла между прямыми SA и BC . При необходимости округлите это число до двух знаков после запятой.

::10.3:: Вокруг плоского четырехугольника $ABCD$ со сторонами $AB=14$, $BC=25\sqrt{3}$, $CD=25$ и $AD=48$ можно описать окружность. Дана такая точка S , что $SA=43$, $SB=42$, $SC=41$. Найдите косинус угла между прямыми SA и BC . При необходимости округлите это число до двух знаков после запятой.

::10.4:: Вокруг плоского четырехугольника $ABCD$ со сторонами $AB=24$, $BC=13\sqrt{3}$, $CD=13$ и $AD=10$ можно описать окружность. Дана такая точка S , что $SA=17$, $SB=18$, $SC=16$. Найдите косинус угла между прямыми SA и BC . При необходимости округлите это число до двух знаков после запятой.

::10.5:: Вокруг плоского четырехугольника $ABCD$ со сторонами $AB=70$, $BC=37\sqrt{3}$, $CD=37$ и $AD=24$ можно описать окружность. Дана такая точка S , что $SA=52$, $SB=50$, $SC=51$. Найдите косинус угла между прямыми SA и BC . При необходимости округлите это число до двух знаков после запятой.