

## 8 класс

1. Два олигарха Алехандро и Максимилиан за 2012 год взяли и разграбили свою страну. Известно, что состояние Алехандро на конец 2012 года равняется двум состояниям Максимилиана на конец 2011 года. А состояние Максимилиана на конец 2012 года меньше, чем состояние Алехандро на конец 2011 года. Что больше: состояние Максимилиана или национальные богатства страны?
2. За круглым столом собрались несколько юношей и девушек. Известно, что ровно для 7 девушек слева от них сидят девушки, а для 12 — юноши. Также известно, что для 75% юношей справа от них сидят девушки. Сколько человек сидит за столом?
3. У модницы Елизаветы есть 100 различных браслетов и каждый день она надевает в школу какие-то три из них. Могло ли через некоторое время оказаться так, чтобы любая пара браслетов вместе побывала на Лизиней руке ровно один раз?
4. На далеком острове живут вегетарианцы, которые всегда говорят правду, и каннибалы, которые всегда лгут. Как-то раз вегетарианец и еще несколько жителей острова выстроились в ряд и каждый сказал: «Все вегетарианцы стоят от меня через простое число человек». Сколько жителей острова могло выстроиться в ряд?
5. Найдите сумму цифр числа  $\underbrace{44\dots4}_{2012 \text{ раз}} \cdot \underbrace{99\dots9}_{2012 \text{ раз}}$
6. Бешеный маляр бегаёт по клеткам доски  $2012 \times 2013$ , изначально покрашенной в чёрный и белый цвета. В самом начале он вбегает в угловую клетку. После того, как маляр покидает клетку, эта клетка меняет свой цвет. Всегда ли маляр сможет пробежать по доске и спрыгнуть с одной из клеток на границе так, чтобы все клетки доски оказались чёрного цвета?
7. Саша и Максим (от нечего делать) написали в клетках таблицы  $100 \times 100$  ненулевые цифры. После этого Саша сказал, что среди 100 чисел, образованных цифрами в каждой строке, все делятся на 9. На это Максим ответил, что среди 100 чисел, образованных цифрами в каждом столбце, ровно одно не делится на 9. Докажите, что кто-то из них ошибся.
8. Точка  $P$  лежит внутри треугольника  $ABC$ . Её соединили со всеми вершинами треугольника, а также опустили перпендикуляры из неё на стороны, образовав 6 треугольников. Оказалось, что 4 из них равны. Всегда ли это означает, что треугольник равнобедренный?
9. Множество натуральных чисел называется *плохим*, если из него можно выбрать несколько чисел так, чтобы они в сумме давали 2012. Найдите наименьшее такое  $n$ , что числа 503, 504, ..., 2011 можно разбить на  $n$  множеств так, что все эти множества не были бы плохими.