



4. Блоха прыгает по числовой прямой, причем длина каждого прыжка не может быть меньше n . Она начинает свое движение из начала координат и хочет побывать во всех целых точках, принадлежащих отрезку $[0, 2013]$ (и только в них!) ровно по одному разу. При каком наибольшем значении n это у нее получится?

Ответ: $n = 1006$.

Решение: При $n = 1006$ можно построить путь

$$0 \rightarrow 1007 \rightarrow 1 \rightarrow 1008 \rightarrow \dots \rightarrow 1005 \rightarrow 2012 \rightarrow 1006 \rightarrow 2013.$$

Докажем, что n не может быть больше 1006. Действительно, допустим $n \geq 1007$. Тогда в точку с координатой 1007 можно попасть только из начала отрезка (точки 0). Но если блоха прыгнет оттуда в точку 1007, то обратно прыгнуть она уже не может, следовательно, должна закончить свой путь в этой точке и не побывает в других точках отрезка.

5. Решите ребус (одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, разным - разные)

$$MSU + MSU + MSU + MSU + OLYMP + OLYMP = MOSCOW$$

Ответ: $C = 5, L = 7, M = 1, O = 9, P = 2, S = 4, U = 3, W = 6, Y = 0, 143 + 143 + 143 + 143 + 97012 + 97012 = 194596$.

Решение: Заметим, что поскольку $MSU \leq 987, OLYMP \leq 98765$, то

$$MSU + MSU + MSU + MSU + OLYMP + OLYMP \leq 987 \times 4 + 98765 \times 2 = 201478.$$

Таким образом M может быть равно только 1 или 2. $M = 2$ не подходит, т.к. в этом случае

$$MSU + MSU + MSU + MSU + OLYMP + OLYMP \leq 298 \times 4 + 98765 \times 2 = 198722.$$

Следовательно $M = 1$. Заметим, что при сложении O и O получается $1O$, при этом из предыдущих разрядов переносится не более 2. Следовательно O может быть только 8 или 9. Предположим $O = 8$, тогда

$$MSU + MSU + MSU + MSU + OLYMP + OLYMP \leq 198 \times 4 + 89716 \times 4 = 180314.$$

Но тогда S должно быть равно 0, следовательно,

$$MSU + MSU + MSU + MSU + OLYMP + OLYMP \leq 109 \times 4 + 89716 \times 4 = 179868,$$

что приводит к противоречию. Итак, $O = 9$.

6. Сколькими различными способами шахматный король может пройти с поля $e1$ на поле $h5$, если ему разрешается ходить только на одну клетку вправо, вверх или по диагонали вправо-вверх?

Ответ: 129 способов.

Решение: Последовательно (начиная с $e1$) найдем количество способов, которым можно пройти в каждую клетку. Каждое число (кроме 1) получается суммированием соседей снизу, слева и слева-снизу.

| | | | | | | | | |
|---|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 8 | | | | | | | | |
| 7 | | | | | | | | |
| 6 | | | | | | | | |
| 5 | | | | 1 | 9 | 41 | 129 | |
| 4 | | | | 1 | 7 | 25 | 63 | |
| 3 | | | | 1 | 5 | 13 | 25 | |
| 2 | | | | 1 | 3 | 5 | 7 | |
| 1 | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| | <i>a</i> | <i>b</i> | <i>c</i> | <i>d</i> | <i>e</i> | <i>f</i> | <i>g</i> | <i>h</i> |