

Олимпиада МГУ  
«Ломоносов — 2011»

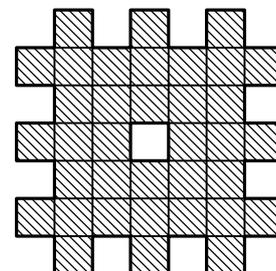
Заочное задание по математике для 8 класса

1. Избавившись от колорадского жука, фермер стал собирать с 24 га столько картофеля, сколько прежде собирал с 27 га. На сколько процентов повысилась урожайность картофеля?

2. Могут ли две биссектрисы внутренних углов треугольника пересекаться под прямым углом?

3. Решите уравнение

$$\frac{x^7 - 1}{x^5 - 1} = \frac{x^5 - 1}{x^3 - 1}.$$



4. Можно ли фигуру, изображённую на рисунке, разрезать по клеточкам на четыре равные части так, чтобы из них можно было сложить квадрат?

5. Из пунктов  $A$  и  $B$  навстречу друг другу одновременно отправились два поезда. Известно, что в 14:00 они встретились и, не меняя скорости, продолжили движение. Один поезд прибыл в пункт  $B$  в 18:00, а другой прибыл в пункт  $A$  в 23:00. В какой момент времени поезда отправились в путь?

6. Вычислите

$$\frac{2ab(a^3 - b^3)}{a^2 + ab + b^2} - \frac{(a - b)(a^4 - b^4)}{a^2 - b^2} \quad \text{при } a = -1, \underbrace{5\dots5}_{2010}6, \quad b = 5, \underbrace{4\dots44}_{2011}.$$

7. Петя последовательно выписывает целые числа, начиная с 21, так, что каждое следующее число меньше предыдущего на 4, а Вася, глядя на очередное число, подсчитывает сумму всех выписанных к этому моменту чисел. Какая из найденных Васей сумм окажется ближайшей к 55?

8. Прямоугольник разбили прямыми, параллельными сторонам, на несколько прямоугольников так, как показано на рисунке. Площади некоторых из них известны и отмечены на рисунке, а площади  $a, b, c$  неизвестны. Найдите  $a, b, c$ .

	45	$a$	
143	99		264
91		35	105
78	$b$		$c$

9. Найдите наименьшее натуральное число, которое больше суммы своих цифр на 1755 (год основания Московского университета).