

**Олимпиада МГУ  
«Ломоносов — 2011»**

**Заочное задание по математике для 11 класса**

1. Два куска сыра имеют форму прямоугольного параллелепипеда каждый. Длина первого куска на 50% больше длины второго куска, а ширина и высота первого куска соответственно на 20% и 30% меньше ширины и высоты второго куска. У какого куска сыра объём больше и насколько?
2. Решить неравенство  $\sqrt{x^2 - 1} \leq \sqrt{5x^2 - 1 - 4x - x^3}$ .
3. Найдите все двузначные числа вида  $\overline{XY}$ , если число, имеющее шестизначную десятичную запись  $\overline{64X72Y}$ , кратно 72.
4. Пройдя  $2/5$  длины узкого моста, пешеход заметил, что сзади к мосту приближается машина. Тогда он пошел назад и встретился с машиной у начала моста. Если бы он продолжал идти вперед, то машина догнала бы его у конца моста. Найти отношение скорости машины к скорости пешехода.
5. Найти все решения уравнения  $|\sin 2x - \cos x| = ||\sin 2x| - |\cos x||$  на интервале  $(-2\pi; 2\pi]$ .
6. Высота прямоугольного треугольника, опущенная на его гипотенузу, делит биссектрису острого угла в отношении 5 : 2, считая от вершины. Найти величину этого угла.
7. Сколько решений имеет уравнение

$$\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{(x-2)^2} = \frac{2}{x^2}?$$

8. Даны три точки, расстояния между которыми равны 4, 6 и 7. Сколько существует попарно не равных друг другу треугольников, для которых каждая из этих точек — либо вершина, либо середина стороны?
9. В какую степень надо возвести корень  $x_0$  уравнения  $x^{11} + x^7 + x^3 = 1$ , чтобы получить число  $x_0^4 + x_0^3 - 1$ ?
10. Сфера касается всех ребер пирамиды  $SABC$ , причем боковых ребер  $SA$ ,  $SB$  и  $SC$  — в точках  $A'$ ,  $B'$  и  $C'$ . Найти объем пирамиды  $SA'B'C'$ , если  $AB = BC = SB = 5$  и  $AC = 4$ .