

Олимпиада школьников «Ломоносов» по ГЕОЛОГИИ

Заключительный этап (10-11 классы)

Вариант 1 - Решения

Задание 1. (20 баллов)

Процесс формирования угольного пласта зависит от времени (для определенного исторического интервала) в соответствии с законом

$$V = \log_a(a + (t - a)_+) + 2 \cdot \log_{a^2}(a^2 + (t - a^2)_+),$$

t – переменная времени, V – объем (в куб. м.), a – параметр структуры грунта, $a > 1$,

$(c)_+ = \max(c, 0) = \begin{cases} 0, & c \leq 0, \\ c, & c \geq 0 \end{cases}$. При каких значениях a объем пласта находится в пределах от 4 до 7

куб. м при изменении t от 2 до 3?

Решение.

При $a > 1$ значение $V = \log_a(a + (t - a)_+) + 2 \log_{a^2}(a^2 + (t - a^2)_+) = \begin{cases} 3, & t \leq a, \\ \log_a t + 2, & a \leq t \leq a^2, \\ 2 \log_a t, & t \geq a^2 \end{cases}$

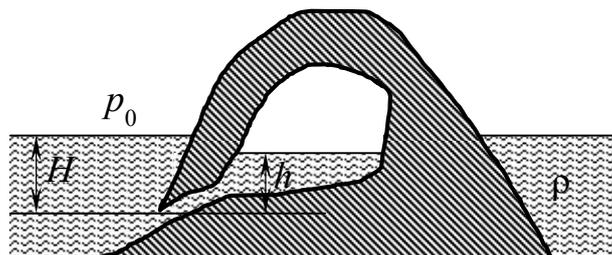
последнее выражение является монотонно возрастающей функцией переменного t . Условие задачи выполнено, если выполняются неравенства

$$\begin{aligned} V(2) \geq 4, V(3) \leq 7 &\Leftrightarrow V(2) \geq V(a^2), V(3) \leq 7 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow a^2 \leq 2, 2 \log_a 3 \leq 7 \Leftrightarrow a^2 \leq 2, 3 \leq a^{7/2} \Leftrightarrow a \in [3^{2/7}, 2^{1/2}] \end{aligned}$$

Ответ: $a \in [3^{2/7}, 2^{1/2}]$

Задание 2. (15 баллов)

Внутри скалы, выступающей из моря, находится обширная пещера. Ее единственный узкий вход во время прилива затапливается и оказывается на глубине $H = 2$ м под поверхностью воды. При этом внутрь пещеры поступает объем $V_0 = 5$ м³ морской воды, а уровень воды в пещере поднимается на высоту $h = 1,8$ м над входом.



Чему равен полный объем V пещеры? Атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па, плотность воды $\rho = 1000$ кг/м³. Ускорение свободного падения принять равным $g = 10$ м/с². Температуру воздуха в пещере считать постоянной.

Решение. В момент максимального подъема воды при приливе разность уровней воды вне пещеры и внутри нее равна $(H - h)$. В этом случае атмосферное давление над поверхностью моря p_0 и давление воздуха в пещере p связаны равенством:

$$p = p_0 + \rho g(H - h). \quad (1)$$

Перед началом сжатия воздуха в пещере его давление равно p_0 . Поэтому при изотермическом сжатии воздуха в пещере при приливе из закона Бойля–Мариотта получаем:

$$p_0 V = p(V - V_0). \quad (2)$$

Исключая из соотношений (1) – (2) величину p , окончательно получим:

$$V = V_0 \left[1 + \frac{p_0}{\rho g(H-h)} \right] = 5 \cdot \left[1 + \frac{10^5}{1000 \cdot 10 \cdot (2-1,8)} \right] = 255 \text{ м}^3.$$

Ответ: $V = V_0 \left[1 + \frac{p_0}{\rho g(H-h)} \right] = 255 \text{ м}^3$

Задание 3. (20 баллов)

Зонд для исследования плотности флюида представляет собой цилиндр, который крепится к вертикальной стенке шахты цилиндрической формы. На поверхности зонда находится малое отверстие для забора флюида. Таким образом, в сечении, перпендикулярном оси шахты, имеются две окружности: малая с центром в точке O_1 и большая с центром в точке O , которые касаются друг друга внутренним образом в точке K , отношение радиусов окружностей равно 3:5. Точка A (отверстие в приборе) лежит на малой окружности, точка B – ближайшая к A точка на большей окружности. Расстояние от точки A до точки B равно $2/5$ радиуса большей окружности. Чему равно отношение длины минимальной дуги KB большей окружности к радиусу большей окружности?

Решение.

Обозначим угол $\angle KOA$ через α , из отношения радиусов $r=3/5R$, расстояние от точки A до большей окружности равно $2/5R$. Соединим точки O и A прямой, которая пересекает большую окружность в точке B , эта точка – ближайшая к A на большей окружности. В треугольнике O_1OA : $O_1O=2/5R$, $O_1A=3/5R$, $OA=3/5R$. По теореме косинусов $O_1A^2 = O_1O^2 + OA^2 - 2O_1O \cdot OA \cdot \cos \alpha$, откуда $\cos \alpha = 1/3$. Длина дуги KB равна $R\alpha$, искомое отношение равно величине угла α .

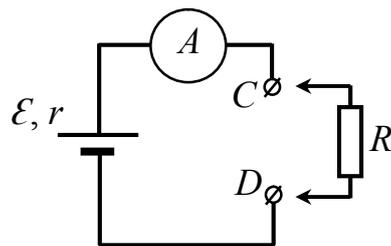
Ответ: $\arccos\left(\frac{1}{3}\right)$.

Задание 4. (15 баллов)

В геологии широко применяются методы электроразведки полезных ископаемых, основанные на том, что Земля является проводником электрического тока, и сопротивление между двумя

точками земной поверхности зависит от наличия в толще земли рудных тел, имеющих электрические свойства, отличные от электрических свойств прилегающих земных пород.

Прибор, служащий для измерения сопротивления проводников, называется омметром. На рисунке приведена схема простейшего омметра, состоящего из источника постоянного тока и амперметра с конечным сопротивлением. К клеммам C и D омметра подключается резистор, сопротивление R которого требуется определить. Найти R , если при подключении резистора к клеммам C и D через амперметр течет ток $I = 0,01$ А и известно, что при закорачивании клемм C и D проводником с нулевым сопротивлением сила тока через амперметр равна $I_0 = 0,5$ А, а при подключении к клеммам C и D резистора сопротивлением $R_1 = 100$ Ом через амперметр течет ток $I_1 = 0,25$ А.



Решение. Применяя закон Ома для замкнутой (полной) цепи в случаях, когда а) клеммы C и D закорочены; б) к клеммам C и D подключен резистор сопротивлением R ; в) к клеммам C и D подключен резистор сопротивлением R_1 , запишем уравнения:

$$\begin{aligned} I_0(r + r_A) &= \varepsilon, \\ I(r + r_A + R) &= \varepsilon, \\ I_1(r + r_A + R_1) &= \varepsilon, \end{aligned}$$

где ε и r – ЭДС и внутреннее сопротивление источника, r_A – сопротивление амперметра.

Исключая из последних двух уравнений величину $r + r_A = \frac{\varepsilon}{I_0}$, получим:

$$R = \frac{\varepsilon}{I} - \frac{\varepsilon}{I_0}$$

и

$$R_1 = \frac{\varepsilon}{I_1} - \frac{\varepsilon}{I_0}$$

Поделив эти выражения одно на другое, получим:

$$\frac{R}{R_1} = \frac{\frac{\varepsilon}{I} - \frac{\varepsilon}{I_0}}{\frac{\varepsilon}{I_1} - \frac{\varepsilon}{I_0}},$$

откуда

$$R = R_1 \cdot \frac{\frac{I_0}{I} - 1}{\frac{I_0}{I_1} - 1} = 100 \cdot \frac{\frac{0,5}{0,01} - 1}{\frac{0,5}{0,25} - 1} = 4900 \text{ Ом.}$$

Ответ:

$$R = R_1 \cdot \frac{\frac{I_0}{I} - 1}{\frac{I_0}{I_1} - 1} = 4900 \text{ Ом}$$

Задание 5. (15 баллов)

Дайте развернутый ответ на вопрос: «От чего зависит состав речной воды?»

В состав речной воды помимо ионов кислорода и водорода входит большое количество неорганических и органических химических соединений, а также твердые взвешенные частицы, микроорганизмы и растворенные газы. Количественное содержание в воде растворенных минеральных веществ называется минерализацией.

Основное влияние на состав речной воды оказывают: 1) источник воды (ледниковые, снеговые, атмосферные, подземные воды изначально обладают разным составом) и время года (в разные периоды года реки питаются за счет разных источников), 2) взаимодействие с горными породами русла реки (легкорастворимые породы легче растворяются, выщелачиваются, увеличивая минерализацию), 3) смешение с другими водами (разрушка высокоминерализованных вод, антропогенное загрязнение, приток соленых морских вод в дельтах и эстуариях, впадение притоков, протекающих в других географических и геологических условиях), 4) скорость течения (быстро текущие горные реки содержат больше твердых взвешенных частиц), 5) температура (с её увеличением растёт растворимость минеральных веществ, а также увеличивается количество микроорганизмов).

Задание 6. (15 баллов)

На фотографии изображен фрагмент русла реки.

Как называются характерные элементы русла реки, как они образовывались? Какие геологические процессы развиты на данной территории? Ответ обоснуйте.



На данной фотографии можно увидеть следующие элементы русла реки:

- 1) *пойма* – низкий участок долины, заливаемый водой в половодье, сложенный рыхлыми речными наносами (аллювием). Поскольку река протекает в горной местности, пойма в настоящий момент выражена слабо, т.к. быстрое течение не позволяет наносам накапливаться; 2) *надпойменные террасы* – выровненные возвышенные горизонтальные или слабо наклонные площадки на склоне речной долины, сложенные чаще аллювием, возникающие при опускании базиса эрозии и формировании рекой нового профиля равновесия (русло опускается, прорезая пойму, которая становится террасой); 3) *меандры* – петлеобразные изгибы русла, возникающие при неравномерном подмывании рекой своих берегов.

На данной территории интенсивней всего проявлена геологическая работа реки, выраженная в 1) разрушении (размыве, растворении) горных пород и формировании русла, 2) переносе рыхлых твердых и растворенных веществ и 3) их отложении (аккумуляции) в пойме и на террасах. На заднем плане видны не высокие горы, в которых проявлены выветривание (механическое измельчение, химическое разложение) пород, геологическая работа ветра (выдувание частиц и механическое истирание), деятельность временных горных потоков и гравитационные процессы (осыпи, оползни и обвалы). Судя по всему, горы довольно древние и процессы их разрушения преобладают над воздыманием (ростом).

Олимпиада школьников «Ломоносов» по ГЕОЛОГИИ

Заключительный этап (10-11 классы)

Вариант 2 - Решения

Задание 1. (20 баллов)

Процесс формирования угольного пласта зависит от времени (для определенного исторического интервала) в соответствии с законом

$$V = \log_a(a + (t - a)_+) + 2 \cdot \log_{a^2}(a^2 + (t - a^2)_+),$$

t – переменная времени, V – объем (в куб. м.), a – параметр структуры грунта, $a > 1$,

$(c)_+ = \max(c, 0) = \begin{cases} 0, c \leq 0, \\ c, c \geq 0 \end{cases}$. При каких значениях a объем пласта находится в пределах от 4 до

6.5 куб. м при изменении t от 2 до 3?

Решение.

$$\text{При } a > 1 \text{ значение } V = \log_a(a + (t - a)_+) + 2 \log_{a^2}(a^2 + (t - a^2)_+) = \begin{cases} 3, t \leq a, \\ \log_a t + 2, a \leq t \leq a^2, \\ 2 \log_a t, t \geq a^2 \end{cases}$$

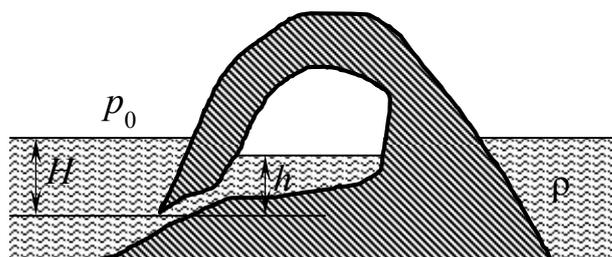
последнее выражение является монотонно возрастающей функцией переменного t . Условие задачи выполнено, если выполняются неравенства

$$\begin{aligned} V(2) \geq 4, V(3) \leq 6.5 &\Leftrightarrow V(2) \geq V(a^2), V(3) \leq 13/2 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow a^2 \leq 2, 2 \log_a 3 \leq 13/2 \Leftrightarrow a^2 \leq 2, 3 \leq a^{13/4} \Leftrightarrow a \in [3^{4/13}, 2^{1/2}] \end{aligned}$$

Ответ: $a \in [3^{4/13}, 2^{1/2}]$

Задание 2. (15 баллов)

Внутри скалы, выступающей из моря, находится обширная пещера. Ее единственный узкий вход во время прилива затопливается и оказывается на глубине $H = 2$ м под поверхностью воды. При этом внутрь пещеры поступает объем $V_0 = 10 \text{ м}^3$ морской воды, а уровень воды в пещере поднимается на высоту $h = 1,5$ м над входом.



Чему равен полный объем V пещеры? Атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па, плотность воды $\rho = 1000$ кг/м³. Ускорение свободного падения принять равным $g = 10$ м/с². Температуру воздуха в пещере считать постоянной.

Решение. В момент максимального подъема воды при приливе разность уровней воды вне пещеры и внутри нее равна $(H - h)$. В этом случае атмосферное давление над поверхностью моря p_0 и давление воздуха в пещере p связаны равенством:

$$p = p_0 + \rho g(H - h). \quad (1)$$

Перед началом сжатия воздуха в пещере его давление равно p_0 . Поэтому при изотермическом сжатии воздуха в пещере при приливе из закона Бойля–Мариотта получаем:

$$p_0 V = p(V - V_0). \quad (2)$$

Исключая из соотношений (1) – (2) величину p , окончательно получим:

$$V = V_0 \left[1 + \frac{p_0}{\rho g(H-h)} \right] = 10 \cdot \left[1 + \frac{10^5}{1000 \cdot 10 \cdot (2-1,5)} \right] = 210 \text{ м}^3.$$

Ответ: $V = V_0 \left[1 + \frac{p_0}{\rho g(H-h)} \right] = 210 \text{ м}^3$

Задание 3. (20 баллов)

Зонд для исследования плотности флюида представляет собой цилиндр, который крепится к вертикальной стенке шахты цилиндрической формы. На поверхности зонда находится малое отверстие для забора флюида. Таким образом, в сечении, перпендикулярном оси шахты, имеются две окружности: малая с центром в точке O_1 и большая с центром в точке O , которые касаются друг друга внутренним образом в точке K , отношение радиусов окружностей равно 3:5. Точка A (отверстие в приборе) лежит на малой окружности, точка B – ближайшая к A точка на большей окружности. Расстояние от точки A до точки B равно $1/5$ радиуса большей окружности. Чему равно отношение длины минимальной дуги KB большей окружности к радиусу большей окружности?

Решение.

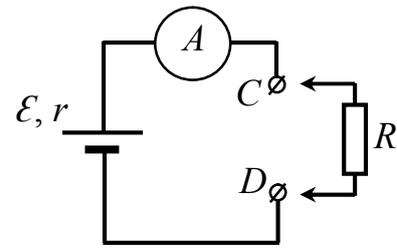
Обозначим угол $\angle KOA$ через α , из отношения радиусов $r=3/5R$, расстояние от точки A до большей окружности равно $1/5R$. Соединим точки O и A прямой, которая пересекает большую окружность в точке B , эта точка – ближайшая к A на большей окружности. В треугольнике O_1OA : $O_1O=2/5R$, $O_1A=3/5R$, $OA=4/5R$. По теореме косинусов $O_1A^2 = O_1O^2 + OA^2 - 2O_1O \cdot OA \cdot \cos \alpha$, откуда $\cos \alpha = 11/16$. Длина Дуги KB равна $R \alpha$, искомое отношение равно величине угла α .

Ответ: $\arccos\left(\frac{11}{16}\right)$.

Задание 4. (15 баллов)

В геологии широко применяются методы электроразведки полезных ископаемых, основанные на том, что Земля является проводником электрического тока, и сопротивление между двумя точками земной поверхности зависит от наличия в толще земли рудных тел, имеющих электрические свойства, отличные от электрических свойств прилегающих земных пород.

Прибор, служащий для измерения сопротивления проводников, называется омметром. На рисунке приведена схема простейшего омметра, состоящего из источника постоянного тока и амперметра с конечным сопротивлением. К клеммам C и D омметра подключается резистор, сопротивление R которого требуется определить. Найти R , если при подключении резистора к клеммам C и D через амперметр течет ток $I = 0,02$ А и известно, что при закорачивании клемм C и D проводником с нулевым сопротивлением сила тока через амперметр равна $I_0 = 0,4$ А, а при подключении к клеммам C и D резистора сопротивлением $R_1 = 50$ Ом через амперметр течет ток $I_1 = 0,2$ А.



Решение. Применяя закон Ома для замкнутой (полной) цепи в случаях, когда а) клеммы C и D закорочены; б) к клеммам C и D подключен резистор сопротивлением R ; в) к клеммам C и D подключен резистор сопротивлением R_1 , запишем уравнения:

$$\begin{aligned} I_0(r + r_A) &= \varepsilon, \\ I(r + r_A + R) &= \varepsilon, \\ I_1(r + r_A + R_1) &= \varepsilon, \end{aligned}$$

где ε и r – ЭДС и внутреннее сопротивление источника, r_A – сопротивление амперметра.

Исключая из последних двух уравнений величину $r + r_A = \frac{\varepsilon}{I_0}$, получим:

$$R = \frac{\varepsilon}{I} - \frac{\varepsilon}{I_0}$$

и

$$R_1 = \frac{\varepsilon}{I_1} - \frac{\varepsilon}{I_0}$$

Поделив эти выражения одно на другое, получим:

$$\frac{R}{R_1} = \frac{\frac{\varepsilon}{I} - \frac{\varepsilon}{I_0}}{\frac{\varepsilon}{I_1} - \frac{\varepsilon}{I_0}},$$

откуда

$$R = R_1 \cdot \frac{\frac{I_0}{I} - 1}{\frac{I_0}{I_1} - 1} = 50 \cdot \frac{\frac{0,4}{0,02} - 1}{\frac{0,4}{0,2} - 1} = 950 \text{ Ом.}$$

Ответ:

$$R = R_1 \cdot \frac{\frac{I_0}{I} - 1}{\frac{I_0}{I_1} - 1} = 950 \text{ Ом}$$

Задание 5. (15 баллов)

Дайте развернутый ответ на вопрос: «От чего зависит состав подземных вод?»

В состав подземных вод помимо ионов кислорода и водорода входит большое количество неорганических и органических химических соединений, а также твердые взвешенные частицы, микроорганизмы и растворенные газы. Количественное содержание в воде растворенных минеральных веществ называется минерализацией. Состав подземных вод определяется:

1) взаимодействием с горными породами водоносного горизонта (растворение, выщелачивание, гидролиз), которое определяет минерализацию подземных вод (легкорастворимые породы

легче растворяются, увеличивая минерализацию); 2) источником питания (атмосферные воды, речные, болотные, подземные воды (например, минерализованные) и временем года, так как в разные периоды некоторые источники питания отсутствуют); 3) антропогенным загрязнением (например, поступлением удобрений с полей), 4) глубиной залегания подземных вод, температурой и давлением.

Задание 6. (15 баллов)

На фотографии изображен фрагмент русла реки.

Как называются характерные элементы русла реки, как они образовывались? Какие геологические процессы развиты на данной территории? Ответ обоснуйте.



На данной фотографии можно увидеть следующие элементы русла реки:

- 1) *пойма* – низкий участок долины, заливаемый водой в половодье, сложенный рыхлыми речными наносами (аллювием). Поскольку река протекает в горной местности, пойма в настоящий момент выражена слабо, т.к. быстрое течение не позволяет наносам накапливаться; 2) *надпойменные террасы* – выровненные возвышенные горизонтальные или слабо наклонные площадки на склоне речной долины, сложенные чаще аллювием, возникающие при опускании базиса эрозии и формировании рекой нового профиля равновесия (русло опускается, прорезая пойму, которая становится террасой); 3) *меандры* – петлеобразные изгибы русла, возникающие при неравномерном подмывании рекой своих берегов.

На данной территории интенсивней всего проявлена геологическая работа реки, выраженная в 1) разрушении (размыве, растворении) горных пород и формировании русла, 2) переносе рыхлых твердых и растворенных веществ и 3) их отложении (аккумуляции) в пойме и на террасах. На заднем плане видны не высокие горы, в которых проявлены выветривание (механическое измельчение, химическое разложение) пород, геологическая работа ветра (выдувание частиц и механическое истирание), деятельность временных горных потоков и гравитационные процессы (осыпи, оползни и обвалы). Судя по всему, горы довольно древние и процессы их разрушения преобладают над воздыманием (ростом).

Критерии оценки решений

Критерии оценки	Баллы					
	Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4	Задание 5	Задание 6
Задание выполнено правильно: ответ верен, в работе есть полное обоснование полученного ответа (для заданий 1-4); в работе дан исчерпывающий ответ на поставленное геологическое задание (для заданий 5 и 6)	20	15	20	15	15	15
Задание выполнено с небольшими недочетами: - арифметическая ошибка на завершающем этапе при полностью правильном алгоритме решения, что повлекло за собой неверный ответ; - правильный ответ при недостаточно полном обосновании, как он получен; - недостаточно полное обоснование ответов на геологические задания.	10	10	10	10	10	10
Задание выполнено с существенными недочетами: - решение было начато правильно, но не доведено до ответа из-за принципиальной ошибки в рассуждениях; - ответы на геологические задания даны крайне поверхностно и неполно.	5	5	5	5	5	5
Задание не выполнено: - решение с самого начала велось неверным путем; - отсутствие выполненного задания в работе.	0	0	0	0	0	0

При правильном решении, но небрежном оформлении решений задания 1 или задания 3 жюри вправе снизить оценку на 5 баллов.