ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ЛОМОНОСОВ»
ПО ГЕОЛОГИИ
2014-2015 учебный год

ЗАДАНИЯ ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПА

2015 г.

Олимпиада школьников «Ломоносов» по ГЕОЛОГИИ

Заключительный этап (10-11 классы)

Вариант 1

Задание 1.

Вязкость добываемой нефти является одной из основных характеристик добываемой в России тяжелой нефти. Изучение свойств образцов тяжелой нефти позволяет сделать вывод, что вязкость такой нефти, $\rho = \rho(h)$ является функцией глубины залегания h. При этом структура зависимости вязкости от глубины залегания различна в разных месторождениях. Часто эту зависимость принимают как полиномиальную в определенных пределах глубин. В предлагаемой ниже задаче указанная зависимость имеет несколько иной характер.

Вязкость ρ тяжелой нефти (в мм^3/с) на глубине h в пределах интервала от 2500 до 4000 м выражается через глубину залегания h как $\rho(h) = 12.25 + \dfrac{18750}{h-1500}$, при этом функция $f(h) = \rho(h+2500) - 31$ нечетна при изменении h на промежутке [-1000,1000]. В каких пределах изменяется вязкость тяжелой нефти при изменении глубины залегания от 1500 до 2250 м?

Решение.

Значение вязкости на глубине 2500 м равно $\rho(2500)$=12.25+18750/1500=31. Следовательно, для функции $f(h)$ справедливо равенство $f(0)$=0. График функции $f(h)$ получается из графика $\rho(h)$ параллельным сдвигом на вектор (2500,31). Следовательно, значение $\rho(1500) - \rho(2500) = \rho(2500) - \rho(3500) \Rightarrow \rho(1500)$=62-21.625=40.375, аналогично $\rho(2250) - \rho(2500) = \rho(2500) - \rho(2750) \Rightarrow \rho(2250)$=62-27.25=34.75

Ответ: От 34.75 до 40.375 (мм^3/с)

Задание 2.

Под пористостью породы понимается отношение объема пор (или объема воздушных зазоров между частицами вещества породы) ко всему объему образца.
Пористость сухого кварцевого песка, полностью заполняющего тонкостенный стакан, равна α = 15%. Взвешивание стакана с песком в воздухе дает значение веса P_1 = 3,6 Н, а взвешивание того же стакана в воде дает значение веса P_2 = 1,9 Н. При взвешивании в воде стакан полностью погружен в воду и намокает весь песок в стакане. Какова емкость стакана V (в литрах)? Объемом стекла, из которого сделан стакан, пренебречь по сравнению с его емкостью. Плотность воды ρ_0 = 1000 кг/м^3.

Решение

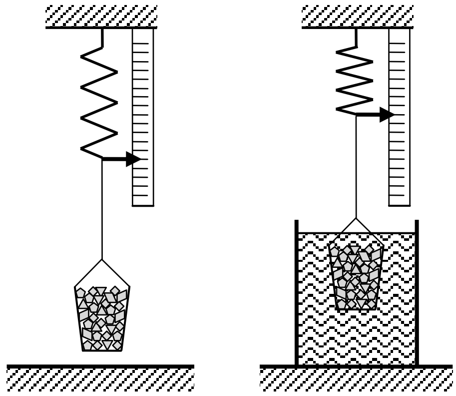
Введем обозначения:

m – масса сухого песка, полностью заполняющего стакан;

m_0 – масса пустого стакана;

V_0 – объем стекла, из которого сделан стакан;

V_1 – объем песка, когда он находится в воде и весь намок (то есть суммарный объем песчинок, а объем зазоров между песчинками сюда уже не входит).

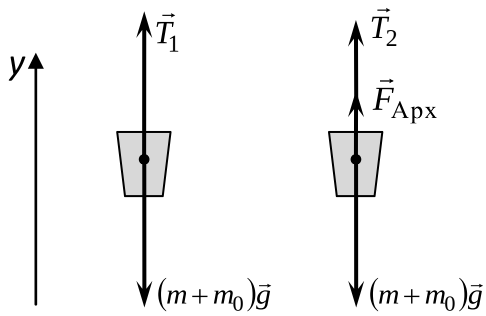


Взвешивание стакана с песком в данном случае означает, что мы измеряем силу $\vec{P}$, с которой стакан с песком растягивает пружину динамометра (см. рисунок). Величина этой силы и есть значение веса, упоминаемое в условии. (Замечание: но не сам вес тела – при взвешивании в воде вес тела распределяется между двумя опорами – динамометром и водой – и в сумме остается прежним.)

При первом взвешивании сила $\vec{T}_1$ со стороны динамометра уравновешивает силу тяжести, действующую на стакан с песком. В инерциальной системе отсчета, связанной с Землей, запишем второй закон Ньютона для этого тела в проекциях на вертикальную ось y:

$$T_1 - (m + m_0)g = 0\,.$$

По третьему закону Ньютона $\vec{T}_1 = -\vec{P}_1$, поэтому $T_1 = P_1$.



При втором взвешивании в баланс сил, действующих на стакан с песком, входит сила Архимеда со стороны воды, и поэтому сила со стороны динамометра равна теперь $\vec{T}_2$. Вновь запишем второй закон Ньютона для стакана с песком в проекциях на вертикальную ось y:

$$T_2 + F_{\text{Арх}} - (m + m_0)g = 0\,.$$

Здесь $F_{\text{Арх}} = \rho_0 g(V_1 + V_0)$ – величина силы Архимеда, действующей на стакан с песком. По третьему закону Ньютона $\vec{T}_2 = -\vec{P}_2$, поэтому $T_2 = P_2$.

В результате получаем систему двух уравнений:

$$\begin{cases} P_1 - (m + m_0)g = 0, \\ P_2 + \rho_0 g(V_1 + V_0) - (m + m_0)g = 0. \end{cases}$$

Вычтем почленно второе уравнение из первого и получим:

$$P_1 - P_2 = \rho_0 g(V_1 + V_0).$$

Отсюда

$$V_1 = \frac{P_1 - P_2}{\rho_0 g} - V_0\,.$$

Тогда из определения пористости α, данного в условии задачи, получаем в нашем случае для песка

$$\alpha = \frac{V - V_1}{V} = 1 - \frac{V_1}{V} = 1 - \frac{P_1 - P_2}{\rho_0 g V} + \frac{V_0}{V}\,.$$

По условию, отношением $\dfrac{V_0}{V}$ надо пренебречь. Поэтому окончательно

$$\alpha = 1 - \frac{P_1 - P_2}{\rho_0 g V}\,.$$

Отсюда $V = \frac{P_1 - P_2}{(1-\alpha)\rho_0 g}$. Подставляя числовые данные, получим

$$V = \frac{3{,}6 - 1{,}9}{(1 - 0{,}15) \cdot 10^3 \cdot 10} = 2 \cdot 10^{-4}\ \text{м}^3 = 0{,}2\ \text{л}.$$

Ответ: $V = \frac{P_1 - P_2}{(1-\alpha)\rho_0 g} = 0{,}2$ л.

Задание 3.

При изучении оптических свойств кристалла рассматривают различные сечения. Кристалл представляет собой правильную треугольную пирамиду, в которой длина стороны основания равна $\sqrt{3}$, длина бокового ребра равна $\sqrt{22}$. Плоскость сечения кристалла проходит через боковое ребро, пересекает противоположную к этому ребру сторону основания в отношении 2:1. Чему равен тангенс угла наклона этой плоскости к плоскости основания?

Решение.

Пусть в правильной треугольной пирамиде SABC с вершиной S длина стороны основания равна a, длина бокового ребра равна b. Плоскость сечения по условию проходит через боковое ребро SA и пересекает сторону основания BC в точке M, при этом если D – середина BC, то $BM = k \cdot a, k \in (\frac{1}{2}, 1)$ и $DM = (k - 0.5)a, S_{\Delta ADM} = (k - 0.5)S,$ где S – площадь треугольника ABC, $S_{\Delta ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$. Отсюда

$S_{\Delta ADM} = (k - 0.5)S = \frac{\sqrt{3}}{4}(k - 0.5) \cdot a^2 = \frac{1}{2} \cdot AM \cdot DK$, где K – основание перпендикуляра, опущенного из D на AM. При этом $AM = a \cdot \sqrt{\frac{3}{4} + (k - 0.5)^2}$. Отсюда

$DK = \frac{a}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}(k - 0.5)}{\sqrt{\frac{3}{4} + (k - 05)^2}}$. Далее, пусть O – центр правильного треугольника ABC, H – основание перпендикуляра, опущенного из O на AM, тогда $OH = \frac{2}{3} DK$ =

$\frac{a}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}(k - 0.5)}{\sqrt{\frac{3}{4} + (k - 05)^2}}$. Высота SO равна $\sqrt{b^2 - a^2 / 3}$. Искомый тангенс угла SHO равен отношению $\frac{OS}{OH}=\sqrt{3}\frac{\sqrt{b^2-a^2/3}}{a}\cdot\frac{\sqrt{\frac{3}{4}+(k-0.5)^2}}{(k-0.5)}=\sqrt{3}\cdot\sqrt{(\frac{b}{a})^2-\frac{1}{3}}\cdot\sqrt{\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{(k-0.5)^2}+1}$.

Подставляя значения a,b, получим $tg\angle SHO = 14\sqrt{3}$.

Ответ: $14\sqrt{3}$

Задание 4.

В каменноугольной шахте произошел выброс метана. Масса метана, попавшего в шахту, $m = 60$ кг. Каково процентное содержание α метана в воздухе шахты в результате выброса, если температура воздуха в шахте $t = 32$ °С, объем шахты $V = 3000$ м^3, а атмосферное давление в шахте остается неизменным и равно $p_0 = 10^5$ Па? Концентрацию метана в шахте до выброса считать пренебрежимо малой. Молярная масса метана равна $\mu = 16$ г/моль, значение универсальной газовой постоянной $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).

Решение

Обозначим количество вещества воздуха в шахте после выброса через ν. Воздух в шахте описываем уравнением Клапейрона – Менделеева: $p_0V=\nu RT$. Отсюда

$$\nu=\frac{p_0V}{RT}.$$

До выброса, по условию задачи, концентрация метана в шахте пренебрежимо мала, поэтому количество вещества метана в шахте после выброса определяется только массой метана в выбросе: $\nu_{\text{м}}=\frac{m}{\mu}$. Процентное содержание α метана в воздухе шахты в результате выброса

$$\alpha=\frac{\nu_{\text{м}}}{\nu}=\frac{m}{\mu}\cdot\frac{RT}{p_0V}.$$

Подставляя числовые данные, получим

$$\alpha=\frac{m}{\mu}\cdot\frac{RT}{p_0V}=\frac{60\cdot8{,}31\cdot305}{16\cdot10^{-3}\cdot10^5\cdot3000}\approx0{,}03.$$

Ответ: $\alpha=\frac{m}{\mu}\cdot\frac{RT}{p_0V}\approx3\%$.

Задание 5.

При геологоразведочных работах на месторождении бурят несколько видов скважин. В процессе бурения часть интервалов бурения проходится с отбором керна (полной или частичной). Бурение с отбором керна требует больше времени.

Скважины на участке бурения имеют одинаковую глубину и разбиты на две категории: к первой отнесены 15 скважин, ко второй 25. Категории скважин различаются процентом отбора керна от глубины, для скважин первого типа он составляет 95%. Если две скважины из первой категории перевести во вторую, то в целом по участку отбор керна уменьшится на 4%. Чему равен процент отбора керна во второй категории скважин?

Решение.

Обозначим через x_i число скважин типа i через p_i долю керна, приходящуюся на единицу глубины в скважине типа i, i=1,2; через а долю керна по участку в целом. Тогда эта доля составляет $\frac{p_1x_1 + p_2x_2}{x_1 + x_2} = a$. По условию задачи имеем равенство $\frac{p_1x_1 + p_2x_2}{x_1 + x_2} - \frac{p_1(x_1 - 2) + p_2(x_2 + 2)}{x_1 + x_2} = 0.04$, из которого $p_1 - p_2$ = $p_1 - p_2 = 0.04(x_1 + x_2)/2 = 0.8$, откуда следует $p_2 = 0.15$.

Ответ: 15%.

Задание 6.

Исследование магнитного поля Земли является одним из важнейших методов геологоразведки.
Для измерения величины $B_{гор}$ горизонтальной составляющей индукции магнитного поля Земли имеется переносное устройство в виде горизонтальной дощечки, закрепленной на оси кольцевого проводника из меди (см. рисунок 1). На дощечке в плоскости проводника смонтирован маленький магнитный компас. Пока цепь проводника разомкнута, дощечку с проводником и компасом поворачивают в горизонтальной плоскости так, чтобы стрелка компаса указывала на проводник (см. рисунок 2, вид сверху). Найдя это положение, по проводнику пропускают постоянный ток I и измеряют угол φ отклонения стрелки компаса от первоначального положения (см. рисунок 3, вид сверху).
Величина индукции B_0 магнитного поля, создаваемого в центре данного кольцевого проводника с током, прямо пропорциональна силе тока I в проводнике: $B_0 = kI$, где k – некоторая постоянная.
Найдите $B_{гор}$, если $k = 1{,}25 \cdot 10^{-5}$ Тл/А, $I = 4$ А, φ = 30°.

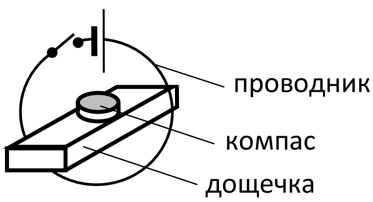


Рис. 1

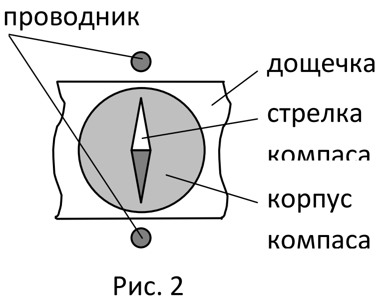


Рис. 2

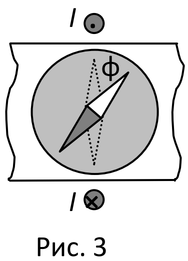


Рис. 3

Решение
1. Как известно, стрелка компаса, расположенного горизонтально, устанавливается по направлению горизонтальной составляющей вектора индукции магнитного поля, действующего на компас. (Иными словами, магнитное поле оказывает на стрелку компаса ориентирующее воздействие.)
2. Пока цепь проводника разомкнута и тока в ней нет, магнитное поле проводника практически отсутствует. Поэтому на стрелку действует только магнитное поле Земли.

(Важно, что проводник изготовлен из меди, к которой, в отличие от железа, стрелка компаса не притягивается.) В результате стрелка устанавливается по направлению вектора $\vec{B}_{\text{гор}}$ – горизонтальной составляющей вектора индукции магнитного поля Земли, а исследователь поворачивает дощечку так, чтобы стрелка при этом указывала на проводник (см. рисунок 2 в условии).

3. Сохраняя устройство в этом положении, замыкают электрическую цепь проводника. Магнитное поле проводника с током напоминает магнитное поле короткого полосового магнита. Для нас важно то, что в плоскости проводника внутри кольца в любой точке, в том числе и в центре кольца, вектор $\vec{B}$ этого поля перпендикулярен плоскости кольца (см. рисунок 1).

4. Таким образом, в центре кольца в горизонтальной плоскости лежит вектор $\vec{B} = \vec{B}_{\text{гор}} + \vec{B}_0$ (см. рисунок 2). По этому вектору устанавливается стрелка компаса при наличии тока в проводнике. Из рисунка 2 видно, что угол φ между новым и первоначальным направлениями стрелки есть угол между векторами $\vec{B}_{\text{гор}}$ и $\vec{B}$. Тогда

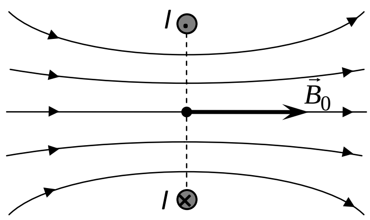


Рис. 1

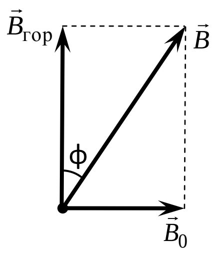


Рис. 2

$\operatorname{tg}\varphi = \dfrac{B_0}{B_{\text{гор}}} = \dfrac{kI}{B_{\text{гор}}}$, откуда $B_{\text{гор}} = kI \cdot \operatorname{ctg}\varphi$.

Подставляя числовые данные, получим

$$B_{\text{гор}} = kI \cdot \operatorname{ctg}\varphi = 1{,}25 \cdot 10^{-5} \cdot 4 \cdot \sqrt{3} \approx 8{,}7 \cdot 10^{-5}\,\text{Тл}.$$

Ответ: $B_{\text{гор}} = kI \cdot \operatorname{ctg}\varphi \approx 8{,}7 \cdot 10^{-5}\,\text{Тл}.$

2015 г.

Олимпиада школьников «Ломоносов» по ГЕОЛОГИИ

Ответы на задания заключительного этапа (10-11 классы)

Номер задания	**Ответ**	
	Вариант 1.	**Вариант 2.**
Задание 1.	от 34.75 до 40.375 ($мм^3/с$)	от 32.25 до 35.25 ($мм^3/с$)
Задание 2.	0,2 л	0,25 л
Задание 3.	$14\sqrt{3}$	$13\sqrt{3}$
Задание 4.	3%	5%
Задание 5.	15%	50%
Задание 6.	$8.7 \cdot 10^{-5}$ Тл	$6.5 \cdot 10^{-5}$ Тл

<u>Критерии оценки решений</u>

Критерии оценки	**Баллы**					
	Задание 1	**Задание 2**	**Задание 3**	**Задание 4**	**Задание 5**	**Задание 6**
Задание выполнено правильно: ответ верен, в работе есть полное обоснование полученного ответа	15	15	25	15	15	15
Задание выполнено с небольшими недочетами: - арифметическая ошибка на завершающем этапе при полностью правильном алгоритме решения, что повлекло за собой неверный ответ; - правильный ответ при недостаточно полном обосновании, как он получен.	10	10	15	10	10	10

Задание выполнено с существенными недочетами: решение было начато правильно, но не доведено до ответа из-за принципиальной ошибки в рассуждениях.	5	5	5	5	5	5
Задание не выполнено: - решение с самого начала велось неверным путем; - отсутствие решения в работе.	0	0	0	0	0	0

2014/2015 учебный год

КРИТЕРИИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОБЕДИТЕЛЕЙ И ПРИЗЁРОВ[1]

олимпиады школьников

«ЛОМОНОСОВ»

по геологии

10-11 классы

ОТБОРОЧНЫЙ ЭТАП

ПОБЕДИТЕЛЬ:

*От **95** баллов включительно и выше.*

ПРИЗЁР:

*От **50** баллов до **94** баллов включительно.*

ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП

ПОБЕДИТЕЛЬ (диплом I степени):

*От **80** баллов включительно и выше.*

ПРИЗЁР (диплом II степени):

*От **70** баллов до **79** баллов включительно.*

ПРИЗЁР (диплом III степени):

*От **60** баллов до **69** баллов включительно.*

[1] *Утверждены на заседании жюри олимпиады школьников «Ломоносов» по геологии*