

Решения заданий олимпиады «Ломоносов – 2021» 7-9 классы.

1. При выполнении лабораторной работы по физике ученик получил в свое распоряжение три пружины, жесткости двух из которых оказались равными соответственно $k_1 = 10$ Н/м и $k_2 = 20$ Н/м, а жесткость третьей была неизвестна. По указанию учителя ученик соединил все три пружины последовательно и растянул получившуюся составную пружину, подействовав на каждый из ее свободных концов силой $F = 1$ Н. Измерив полное удлинение Δl составной пружины, школьник смог рассчитать жесткость k_3 третьей пружины. Какое значение для k_3 он получил, если $\Delta l = 17$ см?

Решение. Используя закон Гука, запишем силы натяжения пружин в виде $F_1 = k_1 \Delta l_1$, $F_2 = k_2 \Delta l_2$, $F_3 = k_3 \Delta l_3$, где Δl_1 , Δl_2 и Δl_3 – удлинения пружин. Условия равновесия пружин представим в виде $F = F_1$, $F_1 = F_2$ и $F = F_3$. Удлинение составной пружины равно $\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3$, или $\Delta l = \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} \right) F$. Отсюда находим, что $k_3 = \frac{F k_1 k_2}{\Delta l k_1 k_2 - F(k_1 + k_2)}$.

Ответ: $k_3 = \frac{F k_1 k_2}{\Delta l k_1 k_2 - F(k_1 + k_2)} = 50$ Н/м.

2. В ванне нужно приготовить $m = 350$ кг воды, температура которой $t = 36$ °С. Сколько для этого нужно взять воды из горячего и холодного кранов, если температура воды в горячем кране $t_1 = 76$ °С, а в холодном – $t_2 = 6$ °С? Теплообменом воды с окружающими телами пренебречь.

Решение. Уравнение теплового баланса имеет вид $(t_1 - t) c m_1 + (t_2 - t) c m_2 = 0$, где c – теплоёмкость воды, m_1 – масса горячей, а m_2 – масса холодной воды, причём $m_1 + m_2 = m$. Отсюда находим, что $m_1 = \frac{m(t - t_2)}{t_1 - t_2}$, $m_2 = m - m_1 = \frac{m(t_1 - t)}{t_1 - t_2}$. **Ответ:** $m_1 = \frac{m(t - t_2)}{t_1 - t_2} = 150$ кг горячей воды,

$m_2 = \frac{m(t_1 - t)}{t_1 - t_2} = 200$ кг холодной воды.

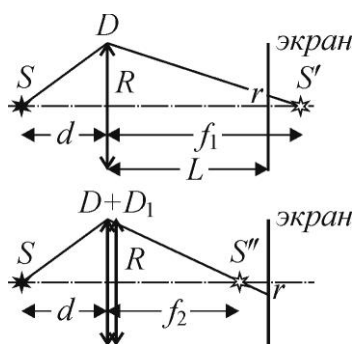
3. Электродвигатель, обмотки которого имеют сопротивление $R = 20$ Ом, включён в сеть постоянного тока с напряжением $U = 100$ В. На горизонтальном валу двигателя закреплена лёгкая нить, на другом конце которой подвешен груз массой $m = 5$ кг. С какой максимальной скоростью v_{\max} двигатель может поднимать этот груз? Модуль ускорения свободного падения считайте равным $g = 10$ м/с². Трением и сопротивлением воздуха можно пренебречь.

Решение. При постоянной скорости вращения ротора двигателя протекание тока по его обмотке сопровождается только выделением теплоты в ней и совершением двигателем механической работы, т.к. кинетическая энергия ротора остаётся неизменной. Потребляемая двигателем мощность равна UI , где I – сила тока, текущего по обмотке. Мощность тепловых потерь по закону Джоуля-Ленца равна RI^2 . Поэтому развиваемая двигателем механическая мощность N удовлетворяет соотношению $UI = N + RI^2$. Так как N зависит от силы тока по квадратичному закону, т.е. $N = UI - RI^2$, максимум этого выражения достигается при значении силы тока, лежащем в середине интервала $\left[0, \frac{U}{R} \right]$, и равном $I_0 = \frac{U}{2R}$. Следовательно, максимальная

мощность $N_{\max} = U \cdot \frac{U}{2R} - R \cdot \left(\frac{U}{2R}\right)^2 = \frac{U^2}{4R}$. При постоянной скорости движения поднимаемого двигателем груза натяжение нити равно mg . Приравнявая максимальную мощность двигателя мощности силы натяжения mgv , получаем, что $v_{\max} = \frac{U^2}{4mgR}$. **Ответ:** $v_{\max} = \frac{U^2}{4mgR} = 2,5$ м/с.

4. Изображение диапозитива на экране, полученное с помощью проекционного аппарата, оказалось не очень резким. В частности, изображение точки на экране имело вид круга. Не изменяя положения объектива, вплотную к нему прижали собирающую линзу с фокусным расстоянием $F_1 = 10$ см. При этом размер изображения точки не изменился. Найдите оптическую силу D_x линзы, которую надо было прижать к объективу, чтобы изображение стало резким. Ответ приведите в диоптриях, округлив до одного знака после запятой.

Решение. Из условия задачи следует, что экран находится ближе к проектору, чем чёткое изображение диапозитива, иначе после установки добавочной линзы размер изображения точки увеличился бы. Ход лучей для первого и второго случаев, указанных в условии, изображен на рисунке, где введены следующие обозначения: D – оптическая сила объектива; $D_1 = 1/F_1$ – оптическая сила добавочной линзы; d – расстояние от диапозитива до объектива; f_1 и f_2 – расстояния от объектива до изображения; L – расстояние от объектива до экрана; R – радиус линзы и r – радиус пятна на экране. Из верхней и нижней частей рисунка видно, что $\frac{r}{R} = \frac{f_1 - L}{f_1} = \frac{L - f_2}{f_2}$. Отсюда $\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{2}{L}$. Формула тонкой



линзы, примененная для обоих случаев, дает $\frac{1}{d} + \frac{1}{f_1} = D$, $\frac{1}{d} + \frac{1}{f_2} = D + D_1$. Сложив эти равенства,

получаем: $\frac{2}{d} + \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = 2D + D_1$, или, с учетом ранее полученного соотношения,

$2\left(\frac{1}{d} + \frac{1}{L}\right) = 2D + D_1$. Изображение диапозитива на экране будет резким, если выполняется

равенство $\frac{1}{d} + \frac{1}{L} = D + D_x$. Сопоставив последние два выражения, получаем, что $D_x = \frac{D_1}{2} = \frac{1}{2F_1}$.

Ответ: $D_x = \frac{1}{2F_1} = 5$ дптр.