Олимпиада «Ломоносов 2016 – 2017» по физике
Отборочный этап
Решения задач для 7-х – 9-х классов

Тест. По закону Архимеда условия плавания теплохода имеют вид: $mg=\rho_1 gV$ (в морской воде) и $(m-\Delta m)g=\rho_2 gV$ (в речной воде). В этих формулах V – не меняющийся объём погруженной части теплохода, а Δm – искомая масса груза, который с теплохода надо снять. Разделив одну формулу на другую, найдем, что $\Delta m=m\left(1-\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)$. **Ответ:** $\Delta m=m\left(1-\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)$.

1. Составляющие начальной скорости мяча по горизонтали (ось OX) и по вертикали (ось OY) и полной начальной скорости мяча находим из соотношений: $\upsilon_{0x}=\frac{l}{\tau}$, $\upsilon_{0y}=\frac{g\tau}{2}$, $\upsilon_0=\sqrt{\left(\frac{l}{\tau}\right)^2+\left(\frac{g\tau}{2}\right)^2}$. Дальность полета мяча при той же начальной скорости будет максимальной, если начальную скорость мяча направить под углом 45° к горизонту. При этом $L=\frac{\upsilon_0^2}{g}$.

Ответ: $L=\frac{1}{g}\cdot\left[\left(\frac{l}{\tau}\right)^2+\left(\frac{g\tau}{2}\right)^2\right]$.

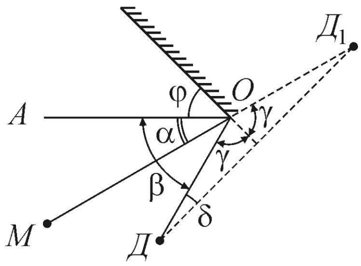
2. Обозначим через υ_0 такое значение начальной скорости шайбы, при котором она, пройдя путь до уступа и обратно, будет двигаться вместе с доской, находясь на самом ее краю. Из закона сохранения импульса следует $m\upsilon_0=(M+m)\upsilon_x$. Так как в системе действует сила трения между шайбой и доской, кинетическая энергия системы не сохраняется. Ее изменение $\Delta E=\frac{(M+m)\upsilon_x^2}{2}-\frac{m\upsilon_0^2}{2}=A_{\text{тр}}$, где $A_{\text{тр}}$ – работа силы трения. Эта величина определяется произведением силы трения скольжения $F=\mu mg$ на путь шайбы относительно доски $S=2l$. Учитывая, что сила трения направлена всегда против относительного перемещения трущихся поверхностей, можно записать, что $A_{\text{тр}}=-2\mu mgl$. Объединяя записанные равенства, находим $\upsilon_0=2\sqrt{\mu gl\left(1+\frac{m}{M}\right)}$. В силу определения скорости υ_0 она равна искомой скорости $\upsilon_{\max}$.

Ответ: $\upsilon_{\max}=2\sqrt{\mu gl\left(1+\frac{m}{M}\right)}$.

3. Пусть $m=m_{\text{л}}+m_{\text{в}}$ – масса снега в стакане, где $m_{\text{л}}$ − масса льда, а $m_{\text{в}}$ − масса воды. По условию $m_{\text{л}}=km_{\text{в}}$, где k – искомое отношение, выраженное в долях единицы. Тогда $m=(k+1)m_{\text{в}}$. Уравнение теплового баланса имеет вид: $k\cdot m_{\text{в}}\cdot\lambda+(\kappa+1)\cdot m_{\text{в}}\cdot c_{\text{в}}\cdot(t_2-t_0)=(\kappa+1)\cdot m_{\text{в}}\cdot c_{\text{в}}\cdot(t_1-t_2)$. Отсюда $k=\frac{c_{\text{в}}(t_1-2t_2+t_0)}{\lambda-c_{\text{в}}(t_1-2t_2+t_0)}$. **Ответ:** $k=\frac{c_{\text{в}}(t_1-2t_2+t_0)}{\lambda-c_{\text{в}}(t_1-2t_2+t_0)}\cdot 100\%$.

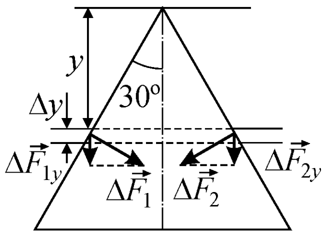
4. Обозначим через I_1 силу тока через резистор, а через I_2 силу тока через вольтметр. Тогда $I_1R = U$, $I_2r = U$, $I_1 + I_2 = I$. Отсюда $R = \dfrac{Ur}{Ir - U}$. **Ответ:** $R = \dfrac{Ur}{Ir - U}$.

5. Построение изображения $Д_1$ девочки $Д$ в повернутом зеркале представлено на рисунке. Ясно, что предельный угол поворота зеркала, при котором мальчик еще видит изображение девочки, соответствует случаю, когда точки M, O и $Д_1$ лежат на одной прямой. Используя обозначения для углов, приведенные на рисунке, имеем следующие равенства: $\varphi + \beta + \gamma = \pi$, $\beta - \alpha = 2\delta$, $2\gamma + 2\delta = \pi$. Из этих равенств находим, что $\varphi = \dfrac{\pi}{2} - \dfrac{\alpha + \beta}{2}$.



Ответ: $\varphi = 90° - \dfrac{\alpha + \beta}{2}$.

6. Пусть длина балки b, а длина ребра ее основания a. Тогда объем балки $V = \dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2b$, а ее вес в воздухе $P = \rho V g = \dfrac{\sqrt{3}}{4}\rho a^2 bg$, где ρ – плотность бетона. Для расчета силы давления воды на балку выделим тонкий слой воды толщиной Δy, находящийся на глубине y. Площадь боковой поверхности балки, соответствующая толщине этого слоя, $\Delta S = \dfrac{b\Delta y}{\cos 30°} = \dfrac{2b\Delta y}{\sqrt{3}}$.



Гидростатическое давление воды на глубине y равно $p(y) = \rho_0 g y$. Поэтому модуль силы давления воды, действующей со стороны выделенного слоя на каждую из боковых поверхностей балки, $\Delta F_1 = \Delta F_2 = p\Delta S = \dfrac{2\rho_0 b y \Delta y g}{\sqrt{3}}$. Векторная сумма $\Delta\vec{F} = \Delta\vec{F}_1 + \Delta\vec{F}_2$ направлена вертикально вниз и по модулю равна $\Delta F(y) = 2\Delta F_1 \sin 30° = f(y)\Delta y$, где $f(y) = \dfrac{2\rho bg}{\sqrt{3}}y$. Поскольку $f(y)$ зависит от y линейно, полная сила, действующая на боковые поверхности балки со стороны столба воды высотой $h = a\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, равна $F = \dfrac{1}{2}(f(0) + f(h))h = \dfrac{\sqrt{3}}{4}\rho_0 a^2 bg$. По условию $F = \dfrac{n}{100\%}P$. Подставляя сюда найденные выражения для F и P, получаем, что $\rho = \dfrac{100\%}{n}\rho_0$.

Ответ: $\rho = \dfrac{100\%}{n}\rho_0$.