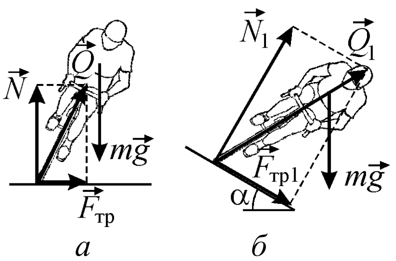
Олимпиада «Ломоносов 2016 – 2017» по физике
Отборочный этап, первый тур
Решения задач для 10-х – 11-х классов

Тест. Пусть S расстояние, пройденное пассажиром за время t_0, в течение которого поезд будет его догонять. Обозначим ускорение поезда через a. Тогда для пассажира имеем $S = vt_0$, для поезда $S = \frac{at_0^2}{2}$ и $u = at_0$. Исключая из записанных выражений время t_0, находим, что $u = 2v$.
Ответ: $u = 2v$.

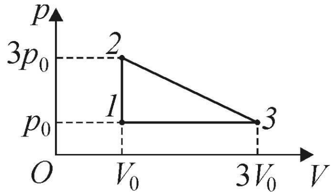
1. Каждая из звезд движется под действием гравитационного притяжения к другой звезде. Пусть v – скорость движения звезды по орбите. По второму закону Ньютона и закону всемирного тяготения для каждой из звезд имеем: $\frac{Mv^2}{R} = G\frac{M^2}{4R^2}$. Учитывая, что $T = \frac{2\pi R}{v}$, получаем, что $M = \frac{16\pi^2 R^3}{GT^2}$. **Ответ:** $M = \frac{16\pi^2 R^3}{GT^2}$.

2. Рассмотрим вначале движение велосипедиста на треке с горизонтально расположенным дорожным полотном. Силы, действующих на велосипедиста в этом случае, изображены на рис. *а*,



где $m\vec{g}$ – сила тяжести, $\vec{Q}$ – сила реакции дорожного полотна, которую удобно разложить на две составляющие: нормальную к полотну силу $\vec{N}$ и касательную к полотну силу трения покоя $\vec{F}_{тр}$. Учитывая, что $F_{тр} \le \mu N$, по второму закону Ньютона в проекциях на горизонтальное и вертикальное направления имеем $\frac{mv^2}{R} = \mu N$, $N - mg = 0$. Отсюда получаем связь между коэффициентом трения μ и максимально возможной скоростью v прохождения поворота на горизонтальном дорожном полотне, а именно, $\mu = \frac{v^2}{Rg}$. Силы, действующие на велосипедиста на треке с наклоненным дорожным полотном, изображены на рис. *б*. Применяя вновь второй закон Ньютона, имеем: $\frac{mu^2}{R} = N_1 \sin\alpha + \mu N_1 \cos\alpha$, $N_1 \cos\alpha - \mu N_1 \sin\alpha - mg = 0$. Исключая из этих уравнений N_1 и подставляя ранее найденное значение μ, находим, что $u = \sqrt{\frac{(Rg\,\mathrm{tg}\,\alpha + v^2)Rg}{Rg - v^2\,\mathrm{tg}\,\alpha}}$. **Ответ.** $u = \sqrt{\frac{(Rg\,\mathrm{tg}\,\alpha + v^2)Rg}{Rg - v^2\,\mathrm{tg}\,\alpha}}$.

3. Внутренняя энергия идеального одноатомного газа, которым является аргон, равна $U = \frac{3}{2}pV$. Поэтому в рассматриваемом цикле участок *1 – 2* – изохора, причём $p_2 = 3p_0$, где p_0 – исходное

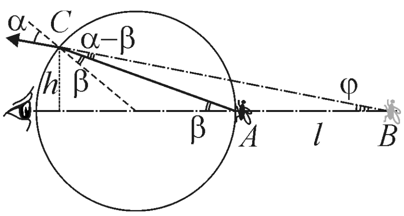


давление газа. На участке *2 – 3* внутренняя энергия аргона меняется с объемом по закону $U(V) = U_0\left(4\frac{V}{V_0} - \frac{V^2}{V_0^2}\right)$, а давление аргона на этом отрезке $p = p_0\left(4 - \frac{V}{V_0}\right)$, т.е. линейно уменьшается от $p_2 = 3p_0$ до $p_3 = p_0$

при расширении газа от $V_2 = V_0$ до $V_3 = 3V_0$. Участок *3 – 1* – изобарное сжатие газа до исходных параметров. Таким образом, в координатах $p – V$ цикл имеет вид прямоугольного треугольника и работу газа можно найти, вычислив его площадь: $A=\frac{1}{2}(p_2-p_1)(V_3-V_1)=\frac{1}{2}\cdot 2p_0\cdot 2V_0=2p_0V_0$. Так как $p_0V_0=\nu RT_0$, то $p_0V_0=\frac{2}{3}U_0$ и в итоге получаем, что исходная внутренняя энергия газа: $U_0=\frac{3}{2}p_0V_0=\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{2}A=\frac{3}{4}A$. **Ответ:** $U_0=\frac{3}{4}A$.

4. На бусинку будет действовать вихревое электрическое поле, напряженность E которого направлена по касательной к кольцу. По закону электромагнитной индукции $|\mathcal{E}|=\frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t}$, где $\mathcal{E}=E\cdot 2\pi R$ – ЭДС индукции, Δt – время изменения магнитного потока, а $|\Delta\Phi|=\Phi$. Пусть Δr – модуль перемещения бусинки вдоль кольца за время Δt. Тогда работа вихревого поля E по перемещению бусинки $\Delta A=\frac{\Delta r}{2\pi R}A$, где $A=q\cdot|\mathcal{E}|$ – работа, которая совершается при обходе бусинкой всего кольца. Кинетическая энергия бусинки равна работе действующих на нее сил. Следовательно, $\frac{mv^2}{2}=\Delta A$. Поскольку модуль тангенциального ускорения бусинки постоянен, ее перемещение и скорость связаны соотношением $\Delta r=\frac{1}{2}v\cdot\Delta t$. Имеем равенства $\frac{mv^2}{2}=\frac{\Delta r}{2\pi R}q\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=\frac{q}{2\pi R}\Phi\cdot\frac{1}{2}v$, откуда $v=\frac{q}{m}\cdot\frac{\Phi}{2\pi R}$. **Ответ:** $v=\frac{q}{m}\cdot\frac{\Phi}{2\pi R}$.

5. На рисунке показан ход одного из лучей, идущих от мухи (точка A) в точку C и далее в воздух.



Школьнику кажется, что муха находится в точке B и, следовательно, поверхность шара, на которой сидит муха, удалена от передней его поверхности на расстояние $L = 2R + l$, где R – радиус шара. Поэтому шар кажется школьнику больше, чем на самом деле, в $k=\frac{L}{2R}$ раз. Поскольку размер шара много больше диаметра зрачка человеческого глаза, углы падения и преломления всех лучей, попадающих в зрачок, являются малыми. Следовательно, по закону преломления $\alpha\approx n\beta$. Кроме того, $h\approx 2R\cdot\beta\approx L\cdot\varphi$. Сумма углов в треугольнике ABC равна $\varphi+(\alpha-\beta)+(\pi-\beta)=\pi$, отсюда следует, что $\varphi=2\beta-\alpha$. Из записанных равенств находим, что $k=\frac{1}{2-n}$, откуда $n=2-\frac{1}{k}$.

Ответ: $n=2-\frac{1}{k}$.